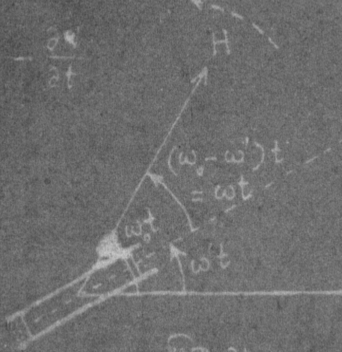
প্রসাদ সেনগুপ্ত

পরিবর্তী তড়িৎ-প্রবাহ



...মবঙ্গ রাজ্য পুস্তক পর্ষদ

পরিবর্তী তড়িৎপ্রবাহ

প্রসাদ সেনগুপ্ত
পদার্থবিদ্যা বিভাগ, হুগলী মহ্‌সীন কলেজ

পশ্চিমবঙ্গ রাজ্য পুস্তক পর্ষদ

PORIBORTI TARIT-PROBAHA

[*Alternating Current*]

Prasad Sengupta

প্রকাশকাল :

প্রথম প্রকাশ : জুলাই, ১৯৩৬

প্রকাশক :

পশ্চিমবঙ্গ রাজ্য পুস্তক পর্ষদ,

(পশ্চিমবঙ্গ সরকারের একটি সংস্থা),

আর্য মানসন (নবম তল),

৬এ, রাজা সুবোধ মল্লিক স্কোয়ার

কলিকাতা-৭০০০১৩

মুদ্রক :

শ্রীপ্রবীরকুমার পান

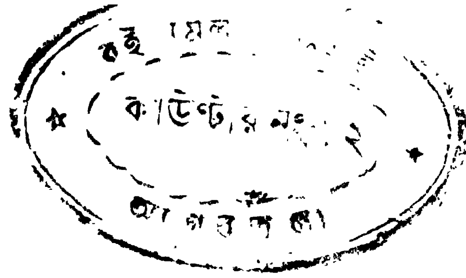
লক্ষ্মী সরস্বতী প্রেস

২০৯বি. বিধান সরণী

কলিকাতা-৭০০০০৬

প্রচ্ছদ : দুর্গা রায়

Published by Prof. Ladli Mohon Roychoudhury, Chief Executive Officer, West Bengal State Book Board under the Centrally Sponsored Scheme of production of books and literature in regional languages at the University level of the Government of India in the Ministry of Education and Human Resources Development (Department of Culture), New Delhi



মুখবন্ধ

পরিবর্তী প্রবাহের পাঠক্রম সাম্মানিক পদার্থবিদ্যার ছাত্রদের একটি গুরুত্বপূর্ণ এবং চিত্তাকর্ষী পাঠ্য বিষয়। পর্যাবৃত্ত গতি, বলাধীন গতি প্রভৃতি বিষয়ের যে সব গাণিতিক পদ্ধতির অবতারণা বলবিজ্ঞানের পাঠক্রমে শুরু হয়, তারই পূর্ণতর বিকাশ এবং ব্যবহারিক প্রয়োগের দৃষ্টান্ত আরও বিস্তারিত ভাবে আয়ত্ত করার সুযোগ পরিবর্তী প্রবাহের পাঠক্রমের মধ্যে ছাত্ররা পেয়ে থাকে। বস্তুত, পদার্থ-বিদ্যার উচ্চতর সোপানে এবং বৈদ্যুতিক ও ইলেকট্রনিক যন্ত্রবিদ্যার প্রবেশদ্বারে পদক্ষেপের সুযোগ ছাত্রদের কাছে পরিবর্তী প্রবাহের পাঠ্যবিষয় চর্চার মধ্য দিয়ে আসে বললে অত্যুক্তি হয় না। দশা, প্রতিবাধা, প্রতিঘাত প্রভৃতি যে সব নতুন এবং কিছুটা বিমূর্ত ধারণা বলবিজ্ঞানের পাঠ্যক্রমে উপস্থাপিত করা হয়, সেগুলি আরও সজীব এবং সমূর্তভাবে জানবার সুযোগ ছাত্ররা পরিবর্তী-প্রবাহ পাঠক্রমের মধ্যে পায়। বিভিন্ন জালক-বর্তনী সম্বন্ধে বিস্তারিত পঠন-পাঠন এবং সেগুলির নানারূপ বৈশিষ্ট্য, ট্রান্সফর্মার সম্বন্ধে বিস্তারিত আলোচনা, যা বস্তুত যুগ্মিত বর্তনী সম্পর্কীয় পঠন-পাঠনের অন্তর্ভুক্ত, সেগুলি ছাত্রদের কাছে আরও উচ্চতর পাঠক্রমের, বিশেষত ব্যবহারিক তড়িৎবিজ্ঞানের পাঠক্রমের প্রবেশদ্বারে আসার পথ সুগম করে দেয়। এই সব কারণে পরিবর্তী প্রবাহ বিষয়টি পদার্থবিদ্যার সাম্মানিক স্তরের পাঠক্রমে একটি অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়। মাতৃভাষার মাধ্যমে এই বিষয়টির পঠন-পাঠন অবশ্যই ছাত্রদের কাছে বিষয়টিকে আয়ত্তে আনার পথ সুগম করে তুলবে।

বিদেশী ভাষাকে যথেষ্ট উচ্চ পর্যায় পর্যন্ত আয়ত্ত করে তারপর সেই ভাষার মাধ্যমে পদার্থবিদ্যার মত দুরূহ বিষয় সার্থকভাবে চর্চা করার প্রয়াস ছাত্রদের কাছে যে কতটা আয়াসসাধ্য তা' ভুক্তভোগী মাত্রেই জানেন। সুতরাং মাতৃ-ভাষার মাধ্যমে বিজ্ঞান চর্চার পথকে যাঁরা সুগম করে তুলছেন তাঁরা শিক্ষিত জনসাধারণের কাছে, বিশেষত বর্তমান ও ভবিষ্যৎ প্রজন্মের ছাত্রদের কাছে সবিশেষ ধন্যবাদার্হ।

অধ্যাপক প্রসাদ সেনগুপ্ত আমার বিশেষ স্নেহভাজন এবং প্রাক্তন ছাত্র। পরিবর্তী প্রবাহের মত জটিল বিষয়টিকে তিনি বাংলা ভাষার মাধ্যমে অতি

প্রাঞ্জলভাবে ছাত্রদের সামনে উপস্থাপিত করার সৎসাহস দেখিয়েছেন, সেজন্য তাঁকে সাধুবাদ জানাই। বিভিন্ন বিষয়গুলিকে গাণিতিক অভিব্যক্তির মাধ্যমে ব্যাখ্যা করা ছাড়াও তিনি সেগুলির ভৌত ব্যাখ্যার উপর যথেষ্ট গুরুত্ব আরোপ করেছেন, যা অনেক সময় ছাত্রদের কাছে দুর্বোধ্য থেকে যায়। প্রয়োজনমত গাণিতিক উদাহরণ দিয়ে বিষয়গুলির ব্যাখ্যা আরও সুষ্ঠু করে তোলা হয়েছে।

বইটিতে অধ্যাপক সেনগুপ্ত কিছু কিছু নূতন পরিভাষা ব্যবহার করেছেন, যা বাংলায় বৈজ্ঞানিক পরিভাষা সঙ্কলকদের কাছে নূতন চিন্তার খোরাক যোগাবে বলে মনে করি।

আশা করি, ছাত্র সমাজের কাছে বইটি সমাদৃত হবে।

সমরেন্দ্রনাথ ঘোষাল
খয়রা অধ্যাপক, পদার্থবিজ্ঞান বিভাগ,
কলকাতা বিশ্ববিদ্যালয়।

লেখকের কথা

এই বই সাম্মানিক স্নাতক-শ্রেণীর ছাত্রদের প্রয়োজনের কথা ভেবে লেখা হয়েছে। এর বিষয়গত বিস্তৃতি বেশী নয়। অল্প পরিসরে অনেক আলোচনার পরিবর্তে অল্প আলোচনাই করা হয়েছে মোটামুটি দীর্ঘ পরিসরে, এবং গাণিতিক সমস্যাও স্থান পেয়েছে যথেষ্ট সংখ্যায়। এই বই-এর ব্যাখ্যার জন্য অন্য বই-এর সাহায্য যাতে নিতে না-হয়, সেই চেষ্টাই করা হয়েছে যথাসাধ্য। তবে, আলোচ্য বিষয়ের ফলিত অংশের উপরে জোর দেওয়া হয়েছে কম। প্রয়োজনীয় ক্ষেত্রে কেবল নীতির আলোচনাই করা হয়েছে। 'বিদ্যুৎ-প্রকৌশল' বা 'Electrical Engineering' এই বই-এর আলোচনাভুক্ত নয়

প্রথম পরিচ্ছেদের উদ্দেশ্য বিষয়বস্তুর সঙ্গে পাঠকের প্রাথমিক পরিচয় ঘটানো। এই পরিচ্ছেদটি সাধারণ স্নাতক শ্রেণীর ছাত্রদের প্রয়োজনীয়তাও মেটাতে পারে। দ্বিতীয় পরিচ্ছেদে বিশেষ গাণিতিক কৌশলের ব্যবহার বিস্তৃতভাবে বোঝানো হয়েছে। এই পরিচ্ছেদের আলোচনাই এই বই-এর কেন্দ্র-বস্তু। সদিশ রাশির বীজগণিত পূর্ণমাত্রায় ব্যবহার করলে এই আলোচনার সৌষ্ঠব বৃদ্ধি পেত ; কিন্তু, অধিকাংশ ছাত্রের চাহিদার কথা ভেবে এ বিষয়ে আপোস করতে হয়েছে। আগ্রহী এবং অগ্রসর ছাত্রকে কিছুটা সাহায্য করার ইচ্ছায় পরিশিষ্ট-1 উপস্থিত করা হ'ল। এই আলোচনা বুঝতে পারলে 2.2—2.4, 2.8, 3.1, 3.3 ইত্যাদি বিষয়গুলোও এই আদর্শে উপস্থিত করা যাবে। তবে, এসব ক্ষেত্রে প্রদত্ত তড়িচ্চালক বলের রূপ $E_0 \sin \omega t$-র পরিবর্তে $E_0 \cos \omega t$ লিখলে শিক্ষার্থীর কিছুটা সুবিধা হ'তে পারে। তৃতীয় পরিচ্ছেদের আলোচনা দ্বিতীয় অনুচ্ছেদেরই অনুবৃত্তি। চতুর্থ পরিচ্ছেদের মুখ্য উদ্দেশ্য 'আবেশী মোটর'-এর তত্ত্বের আলোচনা। অন্যান্য ধরনের মোটর এই বইতে স্থান পায় নি। পঞ্চম পরিচ্ছেদে 'সাম্য জালক'-এর কয়েকটি নির্বাচিত রূপ আলোচিত হয়েছে। আরও বহু রকমের জালকের তাত্ত্বিক বা ব্যবহারিক অস্তিত্ব থাকা সত্ত্বেও এই পরিচ্ছেদের আলোচনার সংখ্যা নিম্নতম সীমায় রাখা হ'ল। মূল আলোচনার সঙ্গে বেশ কয়েকটি সমস্যার উল্লেখ ছাড়াও সমাধান সহ বহু সংখ্যক সমস্যার কাযত একটি আলাদা পরিচ্ছেদ

পঞ্চম পরিচ্ছেদের পরে যুক্ত হ'ল। কিছুটা কৌতুকস্কর হলেও, এই বই-এর একটি উল্লেখযোগ্য অংশই 'পরিশিষ্ট'। পাঁচটি পরিচ্ছেদের মূল আলোচনার ধারায় ধরা যায়নি, এমন কিছু প্রয়োজনীয় আলোচনা মোট এগারোটি পরিশিষ্টে স্থান পেয়েছে। কয়েকটি পরিশিষ্টের আলোচনা [2, 4, 5 ইত্যাদি] প্রকৃতপক্ষে আলোচনার ইঙ্গিতমাত্র। এই সমস্ত বিষয়ে অনেক বিস্তৃত হবার সুযোগ থাকলেও এখানে তা' গ্রহণ করা হয়নি। একজন মোটামুটি ভাল ছাত্রের পক্ষে এই বই-এর আলোচ্য বিষয়ে যতখানি সময় দেওয়া সম্ভব হবে তা' আন্দাজ ক'রেই বিভিন্ন আলোচনার বিস্তৃতি নির্ধারণ করা হয়েছে। সবশেষে কিছু গাণিতিক সমস্যা আছে ছাত্রদের জন্য।

পরিভাষা সম্পর্কে এখানে কিছু মন্তব্য করা উচিত মনে করি। বই এর পাণ্ডুলিপি মনোনীত হবার পরেও পুস্তক পর্ষদের 'পদার্থবিদ্যা সমিতি' একাধিক বার আমাকে সতর্ক ক'রে দিয়েছেন—আমি পরিভাষার ব্যাপারে যা'তে কোনো স্বাধীনতা না-নিই, এবং পর্ষদের 'পদার্থবিজ্ঞানের পরিভাষা' সঙ্কলনটিতে যেন বিশ্বস্ত থাকি। ডঃ দেবীপ্রসাদ রায়চৌধুরী সঙ্কলিত এবং সম্পাদিত ঐ মূল্যবান বইটি থেকে আমি নানাভাবে উপকৃত হ'লেও প্রকাশকের তরফের ঐ আদেশ বা অনুরোধ রক্ষা করতে পারিনি। কারণ, ঐ সঙ্কলনে কিছু কিছু আপত্তিকর বা অসুবিধাজনক প্রস্তাব আমি লক্ষ করেছি, এবং মতভেদ একেবারে এড়ানো যায় নি। এটা একাধিকবার জানানোর পরে ঐ সমিতি অবশেষে আমার আপত্তির বিস্তৃত ব্যাখ্যা চান এবং ভবিষ্যতের কোনো অধিবেশনে আমাকে নিয়েই আলোচনায় বসবার প্রস্তাব দেন। কয়েক দিনের মধ্যেই নির্বাচিত দশ-বারোটি পরিভাষা সম্পর্কে আমার লিখিত মন্তব্য তৎকালীন মুখ্য প্রশাসন-আধিকারিকের হাতে দিয়ে আসি, এবং ঐ বিষয়ে সমিতির মনোভাব বুঝে আরও ব্যাপক প্রয়াসের কথা ভাববো—এটাও জানিয়ে দিই। কিন্তু, কেন জানিনা, পুস্তক পর্ষদ প্রায় দেড় বছর ধরে এ ব্যাপারে মৌনী আছেন। ফলে, এ ব্যাপারে পাঠককেই সোজাসুজি আমার কৈফিয়ৎ পেশ করা কর্তব্য মনে করি। সার্বিক আলোচনার উপযুক্ত জায়গা এ নয়; বিশেষ কয়েকটি দৃষ্টান্ত উল্লেখ করলেই মতভেদের প্রকৃতি স্পষ্ট হবে।

প্রথমে ধরা যাক resistance, reactance, impedance—এই তিনটি শব্দ। পরিভাষার উল্লিখিত বইতে 'reactanc2' হয়েছে 'প্রতিঘাত'। কিন্তু,

এই জাতীয় শব্দে 'প্রতি'-র প্রাগ্‌যুক্তি সচরাচর 'পাল্টা' বা 'counter' অর্থে গৃহীত হয়ে থাকে। যেমন: প্রতিরোধ, প্রতিশোধ, প্রতিক্রিয়া, প্রতিবাদ ইত্যাদি ('চলন্তিকা'য় 'প্রতিঘাত' দ্রষ্টব্য)। প্রায়শ লেখা হয়—'ইতিহাসের ঘটনার ঘাত-প্রতিঘাত'; অর্থাৎ—আঘাত ও পাল্টা আঘাত। উপরন্তু, 'ঘাত' শব্দটি পদার্থবিজ্ঞানে সম্পূর্ণ অন্য ধরনের অর্থ বহন করে। (এখানেও বিপত্তি! পুস্তক পর্ষদের 'পদার্থবিজ্ঞানের পরিভাষা'য় thrust ও impulse—দু'টোই হয়েছে 'ঘাত'। প্রচলিত বিশৃংখলাকে সংকলক শাসন করেননি; মেনে নিয়েছেন বিনা মন্তব্যে।) এ অবস্থায় 'প্রতিঘাত'-এর প্রস্তাব গ্রাহ্য হ'লে বিভ্রান্তিই শুধু বাড়বে। উল্লিখিত সংকলন-গ্রন্থে 'impedance' হয়েছে 'প্রতিবাধা'। একই ধরনের যুক্তিতে এই প্রস্তাবও আমরা আপত্তিকর মনে করতে পারি। বিকল্প প্রস্তাব দেবার সময়ে প্রথমেই লক্ষণীয়: উল্লিখিত তিনটি ইংরেজী নাম একই জাতীয় ভৌত রাশি নির্দেশ করে। তিনটিই বস্তুত 'রোধ', এবং তা'দের এককও অভিন্ন। অতএব, 'রোধ' শব্দটিকে বজায় রেখেই reactance এবং impedance-এর বাংলা-রূপ গঠন করা উচিত। এই বইতে reactance-এর বাংলা করা হয়েছে 'পরিরোধ'। Impedance-কে বস্তুত ব্যাপকার্থে বা সার্বিক অর্থে 'রোধ' মনে করা যেতে পারে। সেই হিসেবে একে 'ব্যাপ্ত রোধ' বা 'সার্বিক রোধ' বলা অন্যায় নয়। কিন্তু, মনে হয়, সবচেয়ে ভালো হবে একে যদি 'পরারোধ' বলা হয়। কারণ, 'পরা'≡hyper- এই প্রাগ্‌যুক্তি বাংলায় পরিচিত। অর্থাৎ, impedance-কে আমরা hyper-resistance মনে করছি, যা' অন্যায় নয়। এই বইতে 'পরারোধ' শব্দটিই ব্যবহৃত হয়েছে বেশী।

এর পরে বিবেচনা করা যাক 'permeability' শব্দটি। এই শব্দের বাংলা হিসেবে 'প্রবেশ্যতা' দীর্ঘকাল চালু আছে পদার্থবিদ্যায়, রসায়নে, ভূ-বিজ্ঞানে। এখন এর পরিবর্তন বাঞ্ছনীয় নয়। পরিভাষার উল্লিখিত বইতে admittance-এর বাংলা হয়েছে 'প্রবেশ্যতা' অথচ 'permeable'-এর বাংলা 'প্রবেশ্য' স্বীকৃত হয়েছে! এটা অদ্ভুত নয় কি? উপরন্তু, পরিভাষার বইতে প্রস্তাবিত 'conductance='পরিবহণ ক্ষমতা' দীর্ঘাকার। পরিবর্তে, এখানে 'গম্যতা' ব্যবহার করা হ'ল। এর ফলে 'admittance'-কে আমরা 'পরাগম্যতা' বলতে পারি—ঠিক যে যুক্তিতে impedance-কে আমরা 'পরারোধ' বলেছিলাম।

পরিভাষার ঐ সঙ্কলনে 'pass band' কথাটি নেই ; কিন্তু, 'band pass circuit'-এর বাংলা হয়েছে 'ব্যাণ্ড উত্তারী পরিপথ'। অনুমান হয়—'pass band' = 'উত্তারী ব্যাণ্ড্' সুপারিশ করা হচ্ছে। 'উত্তারী ব্যাণ্ড' আমার কাছে উৎকট মনে হওয়ায় বিকল্পর সন্ধান করতে বাধ্য হয়েছি। পদার্থবিজ্ঞানে 'band' কথাটি ব্যবহৃত হয় in contrast to a line। অতএব, band-কে প্রসার বলতে পারি, যেহেতু রেখার কোনো প্রসার (স্থূলতা) নেই। সেই হিসেবে pass band-কে 'অতিক্রমী প্রসার' বলা যেতে পারে।

Hysteresis এর বাংলা হিসেবে 'শৈথিল্য'র মতো ব্যাপক অর্থবহ শব্দের তুলনায় বিশিষ্ট অর্থবাহী 'জড়-চুম্বকত্ব' ব্যবহার করেছি। Hysteresis কার্যত পদার্থের magnetic- বা elastic property-র জড়তা বা inertia-র সঙ্গে জড়িত ঘটনা। 'Hysteresis loop' হ'তে পারে 'জড়-চৌম্বক চক্র'। (Elasticity-র প্রসঙ্গে অবশ্য অন্য বাংলা পরিভাষার সন্ধান করতে হবে।)

কয়েকটি ক্ষেত্রে আড়ষ্টতা কাটাবার জন্যই বিকল্প পরিভাষার সন্ধান করতে হয়েছে। যেমন : transformer = পরিবর্তিত্র, skin-effect = বহিরঙ্গ ক্রিয়া, operator = সংকারক, input = নিবেশ, output = উৎপাদ, ইত্যাদি। এই জাতীয় আড়ষ্টতার আংশিক কারণ—হিন্দী পরিভাষা অনুসরণের চেষ্টা। তৎসম শব্দের সঞ্চয় বাংলা ও হিন্দীতে কার্যত অভিন্ন হ'লেও দীর্ঘকালীন নিরপেক্ষ চালনায় অনেক শব্দের প্রয়োগ-রীতি এখন অল্পবিস্তর আলাদা হয়ে গিয়েছে। উপরের পাঁচটি ক্ষেত্রে যথাক্রমে সঞ্চারক, ত্বক-ক্রিয়া, কারক, উপ্ত (বা নিয়োগ) এবং প্রাপ্ত এই বইতে গৃহীত হ'ল। এর ফলে সামগ্রিকভাবে ভালো কিংবা খারাপ হ'ল—সে বিচার সুধী পাঠক করবেন। এখানে বিস্তৃততর আলোচনার পরিসর নেই ; বোধহয় প্রয়োজনও নেই। আলোচিত দৃষ্টান্তগুলো থেকেই দু'পক্ষের দৃষ্টিভঙ্গীর তফাৎ মোটামুটি স্পষ্ট হবে। যদিও, আমার সব প্রস্তাব আমাকেও সন্তুষ্ট করেনি, এবং এই সব ক্ষেত্রে সম্যকতর প্রস্তাবের অপেক্ষায় থাকা ছাড়া করণীয় কিছু নেই। অবশ্য, সৌভাগ্যক্রমে, অধিকাংশ ক্ষেত্রে স্বাধীনতা নেবার প্রয়োজনই হয়নি। তবে, বাংলা-রূপ আদৌ প্রস্তাবিত হয়নি—এমন কয়েকটি পরিভাষার প্রস্তাব এখানে স্থান পেল। যেমন rotor = ভ্রমি (বা ভ্রমী), stator = স্থাণু, ইত্যাদি। কিছু ক্ষেত্রে বহুলভাবে ব্যবহৃত বিশেষণকেই বিশেষ্য হিসেবে গ্রহণ করতে হ'তে পারে সংক্ষিপ্ততার

কারণে ; ইংরেজীতে যেমন **Lagrangian, Hamiltonian** ইত্যাদির ক্ষেত্রে হয়েছে। কিছু ক্ষেত্রে উপযুক্ত বাংলা কথা খুঁজেই পাইনি। যেমন : **circuit element, quadrature, response curve,** ইত্যাদি।—পরিশেষে, এ কথা আন্তরিকভাবে মনে রাখা দরকার যে—পরিভাষা গঠনের কাজে বিদ্যাভিমান একেবারেই মঙ্গলজনক নয়, এবং বাংলায় উচ্চতর বিজ্ঞান-চর্চার এই প্রথম অবস্থাতেই এ ব্যাপারে কিছু উদার হবার সুযোগ আছে।

এই বই-এর মুদ্রণ এবং অলঙ্করণ সম্পর্কে বিশেষ কিছু বলবার নেই। কয়েকটি ছবি এত ক্ষুদ্রাকার ধারণ করেছে যে, পাঠকের অসুবিধা হওয়া অসম্ভব নয়। কিন্তু, এ ব্যাপারে আমার কোনো নিয়ন্ত্রণ ছিল না। মুদ্রণ-প্রমাদ দূর করার কাজে শ্রীমানিকচন্দ্র দে যথেষ্ট চেষ্টা ক'রেও পূর্ণ সফলতা পাননি। কলকাতার ছাপাখানা সক্রিয় হ'লেই না কি দু'-চারখানা গাণিতিক চিহ্ন এবং অক্ষর খুলে বার হয়ে আসে। তখন সেটা হয় অনুপস্থিত থাকে, অথবা আন্দাজী পুনর্নিয়োগে স্থানভ্রষ্ট হয় বা মুখ ঘুরিয়ে নেয়। ভ্রম-সংশোধনের চেষ্টায় শুদ্ধিপত্র ব্যবহার করিনি ঠিক এই কারণেই। তবে, মুদ্রণ-প্রমাদগুলোর সংশোধন ছাত্রদের পক্ষেও কঠিন হবে না আশা করি।

ব্যক্তিগত কৃতজ্ঞতা-স্বীকারের পর্বে এসে অত্যন্ত দ্বিধা এবং সঙ্কোচের শিকার হচ্ছি। এই বই-এর পাণ্ডুলিপি তৈরীর জন্য কা'র কাছে কতখানি কৃতজ্ঞ ছিলাম তা' এখন আর স্মরণ হচ্ছে না। ইতিমধ্যে এই ক্ষুদ্র, অকিঞ্চিৎকর পুস্তিকাটি সম্পর্কে আমার আগ্রহও অত্যন্ত ক্ষীণ হয়ে এসেছে। যতদূর মনে পড়ে, আমার দুই প্রাক্তন সহকর্মী শ্রীকানাইলাল মুখোপাধ্যায় [রসায়ন বিভাগ, বারাসত সরকারী মহাবিদ্যালয়] এবং শ্রীপ্রতাপচন্দ্র দে [রসায়ন বিভাগ, বি. ই. কলেজ, শিবপুর] আমাকে এটি লিখতে প্রথম উৎসাহ দিয়েছিলেন। শ্রীদে'র সঙ্গে পরিভাষা-বিষয়ক আলোচনাও আমার সহায় হয়েছিল। প্রথম চার বছর ধ'রে সমানভাবে সহিষ্ণুতা এবং চরিত্রমাধুর্য দেখিয়েছেন রাজ্য পুস্তক পর্ষদের প্রাক্তন মুখ্য প্রশাসন-আধিকারিক শ্রীদিব্যেন্দু হোতা। এই সুযোগে আমি বিশেষ ভাবে স্মরণ করি কলকাতার 'রেডিও ফিজিক্স্ অ্যাণ্ড্ ইলেকট্রনিক্স্'-বিভাগের অধ্যাপক ডঃ মুক্তিসাধন বসুকে। তিনি এই বই-এর পাণ্ডুলিপির নিরীক্ষক ছিলেন—যা' প্রচলিত রীতি অনুসারে আমি পরে জানতে পেরেছিলাম। পাণ্ডুলিপির প্রত্যেকটি শব্দ তিনি যেভাবে খুঁটিয়ে দেখেছিলেন এবং যে অদ্ভুত

নিষ্ঠায় সুদীর্ঘ সমালোচনা করেছিলেন—তা' এই ফাঁকির যুগে আমার কাছে একটা আদর্শ হয়ে রইল। পরে এই সূত্রে তাঁর সঙ্গে আলাপ ক'রেও মুগ্ধ হই, এবং পরিভাষার বিষয়ে যে স্বাধীনতা আমি নিতে পেরেছি সেটা তাঁর নির্ভীক এবং উদার সহযোগিতা ছাড়া সম্ভবই ছিল না; যদিও আমার নির্বাচিত পরিভাষায় অনেক ক্ষেত্রেই তিনি সন্তুষ্ট নন, যেমন নই আমি নিজেও। কিন্তু, আরও গ্রহণীয় প্রস্তাবের অভাবে এখন এদের স্বীকৃতি দিতে আমরা একমত হয়েছিলাম। কিন্তু, এই বই-এর কোনো ত্রুটির দায়িত্ব তাঁর নেই; কারণ, শেষ মুহূর্তেও সামান্য কিছু পরিবর্তন আমাকে করতে হয়েছে, এবং তাঁর সমস্ত পরামর্শ আমি কার্যকর করেছি—তা'ও নয়।

আমার পরম শ্রদ্ধেয় অধ্যাপক এবং সুপরিচিত বিজ্ঞানী ডঃ সমরেন্দ্রনাথ ঘোষাল এই পুস্তিকার 'মুখবন্ধ' লিখে দিয়ে আমাকে নতুন ক'রে ঋণী করেছেন। তাঁর 'মুখবন্ধ' এই বই-এর সৌষ্ঠব বৃদ্ধি করেছে বললে অহংকার করা হবে; বলা উচিত ওটিই এখানে একমাত্র সৌষ্ঠব।

গঠনমূলক সমস্ত সমালোচনা এবং মন্তব্য ধন্যবাদের সঙ্গে গ্রহণ করব; কিন্তু, কখনও কাজে লাগাবার সুযোগ পাব কি না সে বিষয়ে সন্দেহ আছে।

প্র. সেনগুপ্ত

সূচীপত্র

পরিবর্তী তড়িৎপ্রবাহ

পরিচ্ছেদ 1

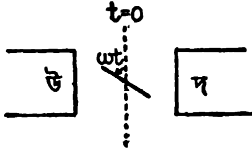
প্রাথমিক আলোচনা

1.1. সূচনা

কোনো তড়িৎ-বর্তনীতে একটি সাধারণ কোষ সংযুক্ত থাকার ফলাফল অতীত অধ্যয়নের সূত্রে আমাদের জানা আছে। আমরা জানি, এক্ষেত্রে বর্তনীতে যে তড়িচ্চালক বল কাজ করে এবং বিদ্যুৎপ্রবাহ ঘটে—তা' সাধারণত একমুখী। (অবশ্য, বিশেষ শর্তে বর্তনীতে দোলন বা স্পন্দনের ঘটনা ঘটা অসম্ভব নয়; কিন্তু, এই ঘটনাও অত্যন্ত অল্প সময়ের পরিসরে ঘ'টে থাকে।) তড়িৎ-কোষ সংযোগের অল্প সময়ের মধ্যেই প্রবাহের একটি স্থির মান প্রতিষ্ঠিত হয়। অনির্দিষ্ট কাল এই মানই বজায় থাকে। এই জাতীয় প্রবাহ এবং তড়িচ্চালক বলকে আমরা 'একমুখী' ব'লে উল্লেখ করব। যদিও, আমরা মেনে নিচ্ছি, অল্প সময়ের জন্য একমুখী প্রবাহ (বা তড়িচ্চালক বল) 'অস্থির' বা সময়-নির্ভর হ'তে পারে। কিন্তু, এই বইতে আমাদের আলোচনার বিষয় হবে সম্পূর্ণ অন্য ধরনের তড়িচ্চালক বল এবং প্রবাহ। যে বল বা প্রবাহ পর্যাবৃত্ত (periodic), এবং যার নির্দিষ্ট সময়কাল ও কম্পাঙ্ক আছে। এই জাতীয় তড়িচ্চালক বল এবং প্রবাহকে আমরা 'পরিবর্তী' আখ্যা দেব। বলা বাহুল্য, যে কোনো পরিবর্তনশীলতাই 'পরিবর্তী' আখ্যা পাবার পক্ষে যথেষ্ট ব'লে আমরা মনে করছি না। সহজেই বোঝা যাবে, পরিবর্তী প্রবাহর বা তড়িচ্চালক বলের সময়-নির্ভরতার লেখ-চিত্রটি রীতিমত জটিল হওয়াও সম্ভব। শব্দ-বিজ্ঞানে এমন জটিল 'পর্যাবৃত্ত' গতির অনেক নজির আমরা নিশ্চয়ই পেয়েছি। কিন্তু, এই বইয়ের আলোচনায় আমরা সরল, সাইনীয় পর্যাবৃত্ত তড়িচ্চালক বল এবং প্রবাহ নিয়েই আলোচনা করব। অতএব, তড়িচ্চালক বলের সময়-নির্ভরতা $e = E_0 \sin \omega t$ বা $e = E_0 \cos \omega t$ এইভাবে লেখা যাবে। প্রবাহের পরিবর্তনও হবে একই নিয়মে। তবে, বলা বাহুল্য, একটি দশা পদের যোগ বা বিয়োগ, $\omega t \pm \epsilon$, ঐ পরিবর্তনের প্রকৃতির কোনো পরিবর্তন ঘটায় না।

1.2 পরিবর্তী তড়িৎ উৎপাদনের সহজ উপায়

একটি চৌম্বক বল-ক্ষেত্রে একটি তারের বদ্ধ কুণ্ডলীর ঘূর্ণনে কীভাবে সহজেই পরিবর্তী তড়িৎ উৎপন্ন হ'তে পারে, তা 1 নং ছবিতে বোঝানোর চেষ্টা করা হয়েছে। উৎপন্ন তড়িতের প্রবাহ বা ভোল্টেজ, যাতে সরল গাণিতিক রূপে প্রকাশ করা যায়, সে জন্য চৌম্বক ক্ষেত্রটি সমক্ষেত্র হওয়া প্রয়োজন। পরন্তু, আলোচনার সুবিধার জন্য আমরা ধ'রে নিচ্ছি—তারের কুণ্ডলীটি একটি তলে অবস্থান করে; অর্থাৎ—দ্বিমাত্রিক ভূমিতে তাকে কল্পনা করা যায়। এই কুণ্ডলীর কোনো সরল জ্যামিতিক রূপ থাকা অপরিহার্য নয়; তবে এমন রূপ থাকা বাঞ্ছনীয়, যাতে তার ক্ষেত্রফল সহজে জানা যায়।



চিত্র 1

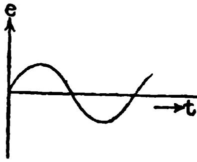
প্রথম অবস্থায়—অর্থাৎ, ঘূর্ণনের শুরুতে—কুণ্ডলার তল চৌম্বক বল-রেখাকে লম্বভাবে ছেদ করে ব'লে মনে করা যাক। আরও মনে করা যাক, এই কুণ্ডলী কাগজের তলে লম্ব-অক্ষ অবলম্বনে সমবেগে ঘোরে। উৎপন্ন তড়িতের সরল গাণিতিক রূপ পেতে হ'লে এই সমবেগের শর্তও পূরণ করা দরকার। ঘূর্ণনের কৌণিক বেগ যদি ω হয়, এবং t সময় ধরে এই ঘূর্ণন যদি বিবেচনা করা যায়, তবে মোট কৌণিক সরণ হবে ωt। চিত্রে কুণ্ডলীর এই দ্বিতীয় অবস্থানই দেখান হয়েছে। চৌম্বক ক্ষেত্রের ঘনত্ব (প্রাবল্য) যদি H হয়, এবং কুণ্ডলীর ক্ষেত্রফল A হয়, তবে স্বভাবতই $AH \cos \omega t$ হবে t সময়ের প্রান্তে কুণ্ডলীর সঙ্গে জড়িত বল-রেখার সংখ্যা। (বলা বাহুল্য, চৌম্বক বল-রেখার যে উপাংশ কুণ্ডলীর তলে লম্ব হয়—তাই গণনা ক'রেই এই ফল পাওয়া যায়।) কুণ্ডলীতে যদি তারের n সংখ্যক পাক থাকে, তবে পূর্বোক্ত ফল হবে $nAH \cos \omega t$। এই ফল স্পষ্টতই সময়ের সঙ্গে পরিবর্তিত হচ্ছে। অর্থাৎ, কুণ্ডলীটি যখন ঘুরছে, তখন তার সঙ্গে জড়িত বল-রেখার সংখ্যা সময়ের সঙ্গে সঙ্গে বদলে যাচ্ছে। এখন আমরা ফ্যারাডের তড়িৎ-চুম্বকীয় আবেশের সূত্র স্মরণ করতে পারি। কোনো আবদ্ধ কুণ্ডলীর (বা বর্তনীর) সঙ্গে জড়িত চৌম্বক বল-রেখার সংখ্যা সময়ের সঙ্গে যদি বদলাতে থাকে, তবে ঐ কুণ্ডলীতে (বা বর্তনীতে) একটি তড়িচ্চালক বল সৃষ্টি হয়, যা' ঐ বল-রেখার সংখ্যার পরিবর্তনের হারের সমানুপাতিক। পূর্বতন অধ্যয়নের সূত্রে আমরা নিশ্চয়ই জানি, এই তড়িচ্চালক বল $e = -\frac{\partial N}{\partial t}$।

N হচ্ছে কোনো মুহূর্তে কুণ্ডলীর সঙ্গে জড়িত বল-রেখার পরিমাণ (সংখ্যা), এবং dt সময়ে N-এর পরিবর্তন যদি dN হয়ে থাকে, তবে $\frac{\partial N}{\partial t}$ হ'ল উল্লিখিত পরিবর্তনের হার। ঋণাত্মক চিহ্নটি লেন্‌জ-এর সূত্রের মর্যাদা রক্ষা করে, যা এখানে ব্যাখ্যার প্রয়োজন নেই। আমাদের বর্তমান আলোচনায় N-এর মান $nAH \cos \omega t$। সুতরাং, $e = nAH\omega \sin \omega t$। ডানদিকে $\sin \omega t$ বাদ দিলে যে অংশটুকু থাকে, তা সময়-নির্ভর নয়; একটি নির্দিষ্ট আয়োজনের ক্ষেত্রে ধ্রুবক। সুতরাং, ওই জায়গায় একটি ধ্রুবক E_0 লেখা যেতে পারে। অতএব,

$$e = E_0 \sin \omega t.$$

অতএব, আলোচিত ঘূর্ণন ক্রিয়ার ফলে তারের কুণ্ডলীতে যে ভোল্টেজ্ তৈরী হ'ল, তা সময়ের সঙ্গে পরিবর্তনশীল সর্বশেষ সমীকরণ অনুসারে। এই ফল বিস্তৃত আলোচনার যোগ্য। একেবারে শুরুতে (যখন $t=0$) $e=0$। তারপর সময় যতো এগোচ্ছে, t বাড়ছে ; এবং $\sin \omega t$-ও বাড়ছে। এক সময়ে $\sin \omega t$ নিশ্চয়ই $\sin \frac{\pi}{2}$ হবে, যখন e হবে $+E_0$। সাইন্-এর মান এর চেয়ে বেশি হ'তে পারে না। কাজেই, e-এর সর্বোচ্চ মান E_0। সময়ের সঙ্গে ωt-র মান আরও বাড়তে থাকলে $\sin \omega t$-র মান কমতে থাকবে ; এবং এক সময়ে $\sin \omega t$ যখন $\sin \pi$ হয়ে দাঁড়াবে, তখন e আবার হবে 'শূন্য'। সময়ের সঙ্গে t-এর মান বাড়তে থাকলে এবার $\sin \omega t$-র ঋণাত্মক মান হবে ; কারণ 180° থেকে 360°-র মধ্যে সাইন-এর মান ঋণাত্মক। ωt যখন ঠিক 270° অর্থাৎ $\frac{3\pi}{2}$ হবে, তখন $\sin \omega t$ হবে -1 ; এবং e হবে $-E_0$। 360° বা 2π-এর ক্ষেত্রে সাইন্ আবার শূন্য হবে। এখন, একটি লেখ-চিত্রে t বা ωt-এর সঙ্গে e-এর পরিবর্তন দেখানো যায়। সাইন্-এর এই লেখ-চিত্র আমাদের সুপরিচিত। 2 নং চিত্রে e-এর পরিবর্তন দেখানো হয়েছে সময়ের সঙ্গে। সরল দোল-গতির আলোচনা এই প্রসঙ্গে সহজেই মনে পড়বে। বলা বাহুল্য, কুণ্ডলীর একটি পূর্ণ আবর্তনে সৃষ্ট তড়িচ্চালক বল অর্ধেক সময় একমুখী এবং বাকী অর্ধেক সময় বিপরীতমুখী হচ্ছে। প্রথম ক্ষেত্রে এবং দ্বিতীয় ক্ষেত্রে সৃষ্ট সর্বোচ্চ তড়িচ্চালক বলের মান একই ; E_0। একেই আমরা 'বিস্তার' বলি। একটি পূর্ণ সময়কাল, $T = \frac{2\pi}{\omega}$। তড়িচ্চালক বল যেমন পর্যায়ক্রমে একমুখী এবং বিপরীতমুখী হয়ে চলেছে, তেমনি সংশ্লিষ্ট বিদ্যুৎ-

প্রবাহও হবে পরিবর্তী অর্থাৎ T-এর অর্ধেকটা সময় একমুখী ; এবং অর্ধেকটা সময় বিপরীতমুখী। তবে, তড়িচ্চালক বল এবং বিদ্যুৎপ্রবাহ সমদশায় থাকবে কি না, অর্থাৎ যখন $e=0$, তখন প্রবাহও 0 হবে কি না, সেটা অন্য প্রসঙ্গ। এই আলোচনা আমরা এখন করছি না। আপাতদৃষ্টিতে অবশ্য মনে হয়, e যখন সর্বোচ্চ, তখন i (প্রবাহ)-ও সর্বাধিক হওয়া উচিত। কিন্তু পরিবর্তী তড়িৎপ্রবাহের ক্ষেত্রে এই ঘটনা সাধারণত ঘটে না। তবে, নিচে যে সমস্যাটি নিয়ে আমরা আলোচনা করছি, তাতে অবশ্য e এবং i সমদশায় থাকবে। আরেকটা কথা এখানেই ব'লে রাখা যায়। যেহেতু e এবং i মুহূর্তে মুহূর্তে বদলায়, তাই এদের 'ক্ষণিক তড়িচ্চালক বল' এবং 'ক্ষণিক প্রবাহ' ব'লে উল্লেখ করা হবে এর পর থেকে।



চিত্র 2

সমস্যা 1 : পঞ্চাশটি পাক-বিশিষ্ট তারের একটি বৃত্তাকার কুণ্ডলীর ব্যাসার্ধ পঁচিশ সে. মি.। এই কুণ্ডলীকে এমন একটি ব্যাস অবলম্বন ক'রে সমবেগে ঘোরানো হচ্ছে যা' পৃথিবীর উপরে লম্বভাবে আছে। ঐ জায়গায় পৃথিবীর চৌম্বক ক্ষেত্রের প্রাবল্য 0·35 ডাইন্ এবং বিনতি 60°। কুণ্ডলীটি যদি সেকেণ্ডে পাঁচবার ঘোরানো হয়, এবং কুণ্ডলীর রোধ যদি দশ ও'ম্ হয়, তবে কুণ্ডলীর স্ব-আবেশ গণ্য না ক'রে এই প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

(ক) কুণ্ডলীতে সর্বোচ্চ তড়িচ্চালক বল কত তৈরী হবে ?

(খ) সর্বোচ্চ প্রবাহ কত হবে ?

[**Problem 1 :** A circular coil of wire with 50 turns of radius 25 cm rotates uniformly 5 times per second about a vertical diameter at a place on earth where magnetic field strength is 0·35 dyne and dip is 60°. If the resistance of the coil is 10 ohms, calculate the following quantities neglecting self-inductance of the coil :

(a) the maximum e.m.f., (b) the maximum current.]

[**মন্তব্য :** চৌম্বক বল 0·35 ডাইন এর অর্থ : একক মেরু ঐ জায়গায় রাখলে, তার উপরে এই বল কাজ করবে। সেজন্য অনেক সময়ে 0·35 ডাইন/একক মেরু—এইরকমও লেখা হয়।]

সমাধান ঃ 1.2 অনুচ্ছেদের আলোচনা এবং বর্তমান সমস্যার ভিতরে একটি প্রাথমিক তফাত আছে। এক্ষেত্রে চৌম্বক বল-রেখা অনুভূমিক নয়, এবং ফলে কুণ্ডলীর ঘূর্ণনের সময়ে বল-রেখা কুণ্ডলীর তলকে কখনও লম্বভাবে ছেদ করবে না। এজন্য আমরা প্রথমেই চৌম্বক বলের অনুভূমিক উপাংশ বার ক'রে নিচ্ছি, যা স্পষ্টতই $0{\cdot}35 \cos 60^\circ$ (বিনতির সংজ্ঞা অনুসারে)। এখন, আমাদের পূর্বতন আলোচনায় H হ'ল $0{\cdot}35 \cos 60^\circ$।

অতএব, $N = 50 \times \pi(25)^2 \times 0{\cdot}35 \cos 60^\circ \times \cos \omega t$

কাজেই, $e = -\dfrac{\partial N}{\partial t} = +50 \times \pi(25)^2 \times 0{\cdot}35 \times \frac{1}{2} \times \omega \times \sin \omega t.$

ω অবশ্যই কুণ্ডলীর কৌণিক বেগ। কুণ্ডলী এক সেকেণ্ডে পাঁচ বার ঘোরে। একবার ঘুরলে কেন্দ্রে 2π কোণ উৎপন্ন হয়। পাঁচবারে হবে 10π।

$\therefore \quad \omega = 10\pi$ রেডিয়ান/ সেকেণ্ড।

এই মান e-এর সমীকরণে বসাতে হবে।

প্রশ্নে চাওয়া হয়েছে e এর সর্বোচ্চ মান। e-এর পরিবর্তনশীল রাশি কেবল $\sin \omega t$।

সুতরাং, $\sin \omega t$-র মান সর্বোচ্চ হলেই e-ও সর্বাধিক হবে। $\sin \omega t$-র মান সর্বোচ্চ হয় 'এক'। সুতরাং e এর সর্বাধিক মান হবে

$e = 50 \times \pi(25)^2 \times 0{\cdot}35 \times 0\ 5 \times 10\pi \times 1$ ই. এম্. ইউ.

এই রাশিকে 10^8 দিয়ে ভাগ দিলে উত্তর ভোল্ট্-এ পাওয়া যাবে।

ভোল্ট্-এ e-এর সর্বাধিক মানকে 10 (ও'ম্) দিয়ে ভাগ দিলে সর্বোচ্চ প্রবাহ অ্যাম্পিয়ারে পাওয়া যাবে। চূড়ান্ত ফল নির্ণয় পাঠকের জন্য রাখা হ'ল।

[**প্রশ্ন ঃ** পৃথিবীর চৌম্বক বল-রেখার অনুভূমিক উপাংশ নিয়ে আমরা কাজ করেছি ; কিন্তু লম্ব উপাংশের কথা উল্লেখও করিনি। কেন ?]

1.3. পরিবর্তী তড়িচ্চালক বল অথবা প্রবাহের 'গড়-মান' (Average value)

পরিবর্তী তড়িৎপ্রবাহ সময়ের সঙ্গে কেমন বাড়ে-কমে, এবং পর্যায়ক্রমে দুই বিপরীতমুখী হয়, তা' আমরা পূর্ববর্তী অনুচ্ছেদে দেখলাম। এখন সমস্যা এই : e অথবা i যদি সময়ের সঙ্গে $\sin \omega t$ বা $\cos \omega t$ অনুসারে পরিবর্তিত হয়,

তবে e বা i মাপার উপায় কি? একমুখী তড়িতের ক্ষেত্রে যেমন সাধারণ ভোল্ট্‌মাপক বা প্রবাহমাপক ব্যবহার করি, এখানে তা' করা অর্থহীন। পরিবর্তী তড়িৎ-বর্তনীতে সাধারণ একটি প্রবাহমাপক যুক্ত করলে, মাপক-এর কাঁটা দ্রুত অনুক্রমে দুই বিপরীতমুখে যেতে চাইবে; এবং কার্যত স্থির অবস্থায় থাকবে। এ অবস্থায় বাস্তবে একটি পরিমাপ-যন্ত্র কীভাবে তৈরি করা যাবে, সে প্রসঙ্গ আপাতত বন্ধ রেখে দেখা যাক—তাত্ত্বিকভাবে পরিবর্তী তড়িচ্চালক বল বা প্রবাহ মাপা যেতে পারে কি না।

e অথবা i যখন সর্বদা একই মানে থাকছে না, সময়ের সঙ্গে দ্রুত বদলাচ্ছে, তখন e বা i-এর একটি গড়-মান বার করার চেষ্টা করা যেতে পারে, যে মান সময়ের সঙ্গে বদলাবে না। বলা বাহুল্য, $e=E_0 \sin \omega t$ (বা $E_0 \cos \omega t$) যদি পরিবর্তনের ধরন হয়, তবে একটি পূর্ণ সময়কালের উপরে এর গড়-মান হবে 'শূন্য'। কারণ, আগেই আমরা যা দেখেছি, এই জাতীয় চল-রাশি অর্ধেক সময়কালে যেভাবে ধনাত্মক, বাকী অর্ধেক সময়ে সেইভাবেই ঋণাত্মক। সুতরাং পূর্ণ সময়কালে গড়-মান 'শূন্য'। এ অবস্থায় প্রচলিত রীতি হচ্ছে—কেবল অর্ধেক সময়কাল বিবেচনা করে ঐ চল-রাশির গড় মান বার করা।

গণিতের নিয়ম অনুসারে, $f(\omega t)$ এই চল-রাশির গড়-মান হবে

$$\bar{f}=\frac{\int_0^{T/2} f(\omega t)\,dt}{\int_0^{T/2} dt}$$, যদি মাত্র অর্ধেক সময়কাল বিবেচনা করা হয়।

এখন ধরা যাক, $e=E_0 \sin \omega t$. সেক্ষেত্রে

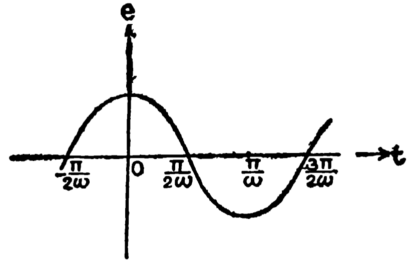
$$\bar{e}=\int_0^{\pi/\omega} E_0 \sin \omega t\,dt \Big/ \int_0^{\pi/\omega} dt\text{ ; কারণ, } T=\frac{2\pi}{\omega}.$$

$$\therefore\ \bar{e}\text{ (অথবা, } E_{\text{গড়}}\text{-ও লেখা হয়)}=\frac{\omega E_0}{\pi\omega}\Big[-\cos \omega t\Big]_0^{\pi/\omega}=\frac{\omega E_0}{\pi\omega}\Big[1+1\Big]$$

অর্থাৎ, $\bar{e}$ বা $E_{\text{গড়}}=\frac{2E_0}{\pi}$

E_0-কে সাধারণত 'বিস্তার' না বলে তড়িচ্চালক বলের 'শীর্ষ-মান' (peak value) বলা হয়।

একটি সহজ, কিন্তু সঙ্গত প্রশ্ন জাগে : যদি $e = E_0 \cos \omega t$ হ'ত, তা'হলে কি ফল একই দাঁড়াতো ?... ...এই প্রশ্নের জবাব খোঁজবার আগে পাঠককে একবার কোসাইন্-এর সুপরিচিত লেখ-চিত্রটি স্মরণ করতে হবে। 3 নং চিত্র দ্রষ্টব্য। এক্ষেত্রে $t=0$ থেকে $t=\pi/\omega$, এই অর্ধ সময়কালে e যেমন ধনাত্মক হয়, তেমনি সদৃশভাবেই ঋণাত্মক হয়—চিত্র 3 দেখলেই যা স্পষ্ট হবে। সুতরাং $t=0$ থেকে $t=\frac{\pi}{\omega}$-র ভিতরে e-র গড় মান হবে 'শূন্য'। ফলে, কোসাইন-এর ক্ষেত্রে



চিত্র 3

সমাকলনের মাত্রা হবে $t = -\frac{\pi}{2\omega}$ থেকে $t = +\frac{\pi}{2\omega}$; কিংবা, $t = \frac{\pi}{2\omega}$ থেকে $t = \frac{3\pi}{2\omega}$; কিংবা, $t = \frac{3\pi}{2\omega}$ থেকে $t = \frac{5\pi}{2\omega}$; ইত্যাদি। অর্থাৎ, হয় একটি ধনাত্মক অর্ধাংশ, অথবা একটি ঋণাত্মক অর্ধাংশ নিয়ে কাজ করতে হবে। এভাবে অগ্রসর হলে সহজেই দেখা যাবে, $E_{\text{গড়}} = \frac{2E_0}{\pi}$ হবে, যাগেরই মতো।

বলা বাহুল্য, $i = I_0 \sin \omega t$ বা $i = I_0 \cos \omega t$ হ'লেও $I_{\text{গড়}} = \frac{2I_0}{\pi}$ হ'ত।

এই প্রসঙ্গে বলে রাখা যায়, $\frac{2}{\pi}$-এর মান 0·637 (প্রায়)। এ থেকে শীর্ষ মান এবং গড় মানের তুলনাটা স্পষ্ট হবে :

গড়-মান = 0·637 শীর্ষ-মান।

1.4. 'বর্গ-গড়-মূল' মান (r. m. s. value)

পরিবর্তী তড়িতের প্রবাহ বা তড়িচ্চালক বল সতত পরিবর্তনশীল হওয়ায়, তা'র গড়-মান বার করার একটি তাত্ত্বিক পদ্ধতি আমরা দেখালাম আগের অনুচ্ছেদে। কিন্তু, এই তাত্ত্বিক পদ্ধতির সঙ্গে তাল রেখে একটি মাপক বাস্তবে

তৈরি করা যাবে কি না, সেটা আলাদা ব্যাপার। বস্তুত, আমাদের পক্ষে এমন একটি যন্ত্র পাবার কোনো সম্ভাবনা দেখা যায় না—যে যন্ত্র পরিবর্তী তড়িতের বর্তনীতে জুড়ে দিলে সে একটি পূর্ণ চক্রের অর্ধাংশের গড় মান বা'র ক'রে দেবে, এবং বাকী অর্ধাংশ সম্পর্কে উদাসীন থাকবে। গাণিতিকভাবে অনেক কিছুই বা'র করা যায়; ইচ্ছে করলে আমরা অনেকভাবেই গড় মানের সংজ্ঞা নির্ধারণ করতে পারি। কিন্তু বাস্তবে তা বা'র করা অনেক জটিল সমস্যা। আগের অনুচ্ছেদে 'গড়-মান' আমরা যেভাবে বা'র করেছি, তার বাস্তব মূল্য খুব বেশী নয়।

তবে কি পরিবর্তী তড়িতের তড়িচ্চালক বল এবং প্রবাহ মাপা যাবে না?—সদা পরিবর্তনশীল e বা i প্রত্যক্ষভাবে মাপা সাধ্যাতীত। পরোক্ষভাবে কোনো পরিমাপের ব্যবস্থা হ'তে পারে কিনা দেখা যাক। যদিও e এবং i দিক আর মান দুইই বদলায়, কিন্তু বিদ্যুৎপ্রবাহের এমন একটি ক্রিয়া আছে, যা' অন্তত অভিমুখের উপর নির্ভর করে না। এই ক্রিয়া হ'ল তাপের উৎপাদন। প্রবাহ কোনো এক দিকে হ'লে পরিবাহী তার যদি গরম হয়, প্রবাহ বিপরীতমুখী হ'লে তার ঠাণ্ডা হবে না, গরমই হবে। সুতরাং, উৎপন্ন তাপ যদি মাপতে পারা যায়, তবে প্রবাহের দিক পরিবর্তনের জন্য যে অসুবিধা দেখা দিয়েছিল, তা পরোক্ষভাবে এড়িয়ে যাওয়া যায়। তবে, জুল্-এর সূত্র অনুসারে, উৎপন্ন তাপ মাপলে i মাপা হবে না, বরং i^2 মাপা হবে। যেহেতু i-এর মান পরিবর্তনশীল, তাই i^2-ও সময়ের সঙ্গে বদলাবে; এবং তাপ উৎপাদনও সব মুহূর্তে সমান হবে না। i^2 অবশ্য সব সময়ে ধনাত্মক; i ঋণাত্মক হলেও। কিন্তু, i^2-এর মান 'শূন্য' এবং I_0^2-এর ভিতরে পরিবর্তিত হ'তে থাকবে। ফলে, কোনো মুহূর্তে তাপ তৈরীই হবে না; এবং কোনো মুহূর্তে খুবই বেশী তৈরী হবে। সুতরাং, ধরে নেওয়া চলে, 'শূন্য' এবং সর্বাধিক হারের মধ্যবর্তী কোনো হারে তাপ সর্বদা একই পরিমাণে তৈরী হয়ে চলেছে; অর্থাৎ সেই 'গড় মান'-এর প্রসঙ্গেই আবার আসতে হচ্ছে। কিন্তু, তাপ উৎপাদনের গড় মান অবশ্যই i^2-এর গড় মানের সমানুপাতিক হবে। অতএব, এবারে আমরা i^2-এর গড় বার করব; i-এর নয়। আমরা প্রবাহ মাপতে চাই; প্রবাহের বর্গ নয়। কাজেই i^2-এর গড় মান বার ক'রে তার বর্গমূল নিতে হবে। তাহ'লে পুরো কাজটা দাঁড়ালো এই: প্রথমে i-এর বর্গ নেওয়া; তারপর i^2-এর গড় বা'র করা, এবং, সব শেষে, এই গড় মানের বর্গমূল বা'র করা। কাজেই উৎপন্ন মানকে আমরা 'বর্গ-গড়-মূল' মান বলতে

পারি। (ইংরেজী ভাষায় এটা বিপরীতক্রমে বলা হয়; অর্থাৎ—'মূল-গড়-বর্গ' মান।)

উপরের আলোচনার গাণিতিক দিকটা এইবার দেখা যাক। প্রথমেই খেয়াল থাকা দরকার, i^2 যেহেতু কখনও ঋণাত্মক হয় না, তাই পূর্ণ সময়কালের উপরে i^2-এর গড় মান 'শূন্য' হবে না। অর্ধেক সময়কালের উপরে যা' গড় মান, তা'ই হবে পূর্ণ সময়কালের উপরে গড় মান। কারণ,—প্রতিটি অর্ধই এখন সদৃশ, ধনাত্মক মানযুক্ত। তবু, রীতি অনুসারে, অর্ধেক সময়কালই গণ্য করা হবে আগের [1.3] অনুচ্ছেদের মতো। উল্লিখিত সংজ্ঞা অনুসারে, i^2-এর গড় মান তাহ'লে হবে,

$$\overline{i^2}=\frac{\int_0^{T/2} f^2(\omega t)dt}{\int_0^{T/2} dt}; \quad \text{অর্থাৎ} \quad \frac{\int_0^{\pi/\omega} I_0{}^2 \sin^2\omega t\, dt}{\int_0^{\pi/\omega} dt},$$

যদি ধরা যায় i-এর চেহারা $i=I_0 \sin \omega t$.

কিন্তু, $\sin^2\omega t=\frac{1}{2}(1-\cos 2\omega t)$.

$$\therefore \quad \overline{i^2}=\frac{\omega I_0{}^2}{2\pi}\int_0^{\pi/\omega}[1-\cos 2\omega t]dt=\frac{\omega I_0{}^2}{2\pi}\cdot\frac{\pi}{\omega}=\frac{I_0{}^2}{2},$$

$$\text{যেহেতু} \quad \int_0^{\pi/\omega}\cos 2\omega t\, dt=\frac{1}{2\omega}\Big[\sin 2\omega t\Big]_0^{\pi/\omega}=\frac{1}{2\omega}[\sin 2\pi-\sin 0]=0.$$

এখন, $\overline{i^2}$-এর বর্গমূল হবে $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$. এটাই $i=I_0 \sin \omega t$-এর বর্গ গড়-মূল মান।

বলা বাহুল্য, $e=E_0 \sin \omega t$ হলেও e-এর বর্গ-গড়-মূল মান $\frac{E_0}{\sqrt{2}}$ হ'ত।

কিন্তু, $i=I_0 \cos \omega t$ বা $e=E_0 \cos \omega t$ হ'লে কী হ'ত?

যেহেতু i^2 বা e^2 ঋণাত্মক হচ্ছে না, তাই 1.3 অনুচ্ছেদের শেষ দিকে যে সাবধান-বাণী দেওয়া হয়েছিল, এক্ষেত্রে তার প্রয়োজন নেই। সহজেই দেখা যাবে,

$$\overline{i^2}=\frac{\omega I_0{}^2}{\pi}\int_0^{\pi/\omega}\cos^2\omega t\, dt=\frac{I_0{}^2}{2}.$$

এখানেই উল্লেখ করা যায়, $\frac{1}{\sqrt{2}}$-এর মান 0·707।

ক্ষণিক প্রবাহ (i) বা ক্ষণিক তড়িচ্চালক বল (e)-এর বর্গ-গড়-মূল মানকে সাধারণত শুধু I বা E লেখা হয়। সেক্ষেত্রে

$I = 0{\cdot}707\, I_0$ বা $E = 0{\cdot}707 E_0$, যদি i এবং e-এর পরিবর্তন সাইন্ বা কোসাইন্-এর মতো হয়।

আমরা আগেই দেখেছি [অনুচ্ছেদ 1.3] $I_{গড} = 0{\cdot}637\, I_0$;

বা $E_{গড়} = 0{\cdot}637 E_0$.

সুতরাং, E বা I যথাক্রমে $E_{গড}$ বা $I_{গড়}$-এর চেয়ে বড়ো।

সহজেই দেখা যাবে,

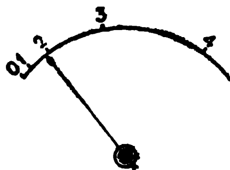
$$E/E_{গড} = \frac{0{\cdot}707 E_0}{0{\cdot}637 E_0} = 1{\cdot}11 \text{ (প্রায়)}$$

এই অনুপাতকে 'অনুপাত-রাশি' (form factor) বলে।

মন্তব্য : বর্গ-গড়-মূল তড়িচ্চালক বল / প্রবাহকে অনেক সময়ে বাহ্ তড়িচ্চালক বল / প্রবাহ বলা হয়। (পরিচ্ছেদের শেষে পরিভাষার তালিকা দ্রষ্টব্য।)

প্রয়োজনীয় মন্তব্য

[এক] পরিবর্তী তড়িতের আলোচনায় যখনই বলা হবে : 'তড়িচ্চালক বল……ভোল্ট' বা 'প্রবাহ……অ্যাম্পিয়ার', তখনই বুঝতে হবে ঐ মানগুলো বর্গ-গড়-মূল মান, অন্য কোনো মান নয়। অন্য কোনো মান, যেমন—শীর্ষ মান, গড় মান, ইত্যাদি বোঝানো হ'লে সে কথা পরিষ্কার উল্লেখ করা থাকবে। কিন্তু, বর্গ-গড়-মূল মান বোঝানো হ'লে কোনো কিছু উল্লেখ করা হবে না। আমরা যখন বলি, 'আমাদের বাড়ীতে 220 ভোল্ট্-এর পরিবর্তী তড়িতের যোগ আছে', তখনও আমরা বর্গ-গড়-মূল মানই নির্দেশ করি।



চিত্র 4

[দুই] একটু আগে আমরা আলোচনা করেছি—কেমন ক'রে পরিবাহী তারের উত্তাপ মেপে প্রবাহের একটি পরোক্ষ পরিমাপ পাওয়া সম্ভব। (একই নীতিতে তড়িচ্চালক বলেরও পরিমাপ হ'তে পারে।) এই নীতিভিত্তিক মাপককে 'তপ্ত-তার যন্ত্র' বলা হয়। এই জাতীয় যন্ত্র সম্পর্কে এই বইতে আমরা স্বতন্ত্র আলোচনা করব না। তবে, এই জাতীয় যন্ত্রের মাপনী নির্দেশনায় কিছু বৈচিত্র্য থাকে।

প্রবাহমাপকের কথাই ধরা যাক। উৎপন্ন তাপ যেহেতু প্রবাহমাত্রার বর্গের সমানুপাতিক, প্রবাহমাত্রার সমানুপাতিক নয়; সুতরাং প্রবাহ দ্বিগুণ হ'লে চতুর্গুণ তাপ উৎপন্ন হয়, এবং এই কারণে বর্গের নিয়মে মাপকের মাত্রা নির্দেশ করতে হয়। চিত্র 4 দেখলে ধারণা স্পষ্টতর হবে।

1.5. 'পরিবর্তী তড়িৎ' কি বেশী বিপজ্জনক?

'ডি সি.-র চেয়ে এ. সি. বেশী বিপজ্জনক'—এ কথা শিক্ষিত লোকের মুখেও প্রায়ই শোনা যায়। এখন দেখা যাক, এই ব্যাপক ধারণার কোনো বৈজ্ঞানিক ভিত্তি আছে কি না। অবশ্য আমরা ধরে নিচ্ছি, একই ভোল্টেজের একমুখী এবং পরিবর্তী তড়িতের মধ্যে তুলনা করা হচ্ছে। নইলে কোনো তুলনাই চলতে পারে না।

একটু আগেই আমরা বলেছি—পরিবর্তী তড়িতের ক্ষেত্রে 'অমুক ভোল্ট' বললে বুঝতে হবে, ওটা বর্গ-গড়-মূল মান। কিন্তু, একমুখী তড়িতের ক্ষেত্রে 'অমুক ভোল্ট' মানে—সব সময়ে ঐ মানটাই বজায় থাকছে; সময়ের সঙ্গে এর পরিবর্তনের কোনো ব্যাপার নেই। অতএব, 'একমুখী 220 ভোল্ট' মানে সর্বদাই 220 ভোল্ট। কিন্তু, 'পরিবর্তী 220 ভোল্ট'-এর তাৎপর্য গভীর। পরিবর্তী তড়িতের তড়িচ্চালক বল কখনও 'শূন্য', কখনও শীর্ষ মানের, কখনও বা মাঝামাঝি অন্য কিছু। বর্গ-গড়-মূল মান যদি 220 ভোল্ট হয়, তবে 1.4 অনুচ্ছেদের আলোচনার সূত্রে, শীর্ষ মান হবে $220\sqrt{2}$ ভোল্ট, বা 311 ভোল্ট (প্রায়)। এই পরিবাহী তার যদি কেউ স্পর্শ করে, তবে কোনো কোনো মুহূর্তে তাকে 311 ভোল্টের উচ্চ বিভবের স্পর্শও সহ্য করতে হবে। ফলে, 220 ভোল্টের পরিবর্তী তড়িৎ 220 ভোল্টের একমুখী তড়িতের চেয়ে বেশি ক্ষতিকর হতে পারে।

1.6. পরিবর্তী তড়িতের তিনটি সহজতম বর্তনী

তড়িৎ-বর্তনীতে সাধারণত যে বস্তুগুলো অংশগ্রহণ ক'রে থাকে, তারা হ'ল রোধ, ধারক, এবং আবেশক, যদিও সব বর্তনীতে এরা সবাই উপস্থিত না-ও থাকতে পারে। (এসব বাদে অবশ্য তড়িচ্চালক বলের একটি বা একাধিক উৎসের উপস্থিতিও স্বাভাবিক।) ঐ তিনটি বস্তুর বিন্যাসের জটিলতা অনুসারে বর্তনীও জটিল হয়। আমরা আপাতত তিনটি সরল বর্তনী সম্পর্কে আলোচনা করব, যে বর্তনীতে একটি পরিবর্তী তড়িচ্চালক বলের উৎস এবং একটি মাত্র

বিশুদ্ধ রোধ অথবা বিশুদ্ধ ধারক অথবা বিশুদ্ধ আবেশক উপস্থিত থাকবে। 'বিশুদ্ধ' বিশেষণটি গুরুত্বপূর্ণ; কারণ, বাস্তবে এগুলোর কোনোটাই বিশুদ্ধ হ'তে পারে না। উদাহরণ হিসাবে বলা যায়,—এমন কোনো রোধ তৈরি করা সম্ভব ন'য়, যার কিছুমাত্র স্ব-আবেশ থাকবে না। তবু বর্তমান আলোচনায় আমরা বিশুদ্ধতা আরোপ করছি কেবল এই আলোচনাটি সরল রাখবার জন্য। এই আলোচনার বাস্তবমূল্য সামান্য হ'লেও এর যথেষ্ট তাত্ত্বিক মূল্য আছে।

[ক] প্রথমে আমরা যে বর্তনীটি বিবেচনার জন্য রাখছি, তা 5-(ক) নং চিত্রে দেখানো হয়েছে। এতে একটি রোধ এবং পরিবর্তী তড়িচ্চালক বলের একটি উৎস রয়েছে। চিত্রে যে বৃত্তবেষ্টিত তরঙ্গচিহ্ন দেখানো হয়েছে, ওটাই পরিবর্তী তড়িচ্চালক বলের চিত্র-সংকেত। (অনেক সময়ে বৃত্তটি বর্জন ক'রে তরঙ্গচিহ্নটি রাখা হয়।)

এই বর্তনীর তড়িচ্চালক বলের সমীকরণটি কী হবে? বলা বাহুল্য, কোনো এক মুহূর্তে ক্ষণিক তড়িচ্চালক বল যদি e এবং ওই মুহূর্তে ক্ষণিক প্রবাহ i হয়, তবে ও'ম্-এর সূত্র অনুসারে—

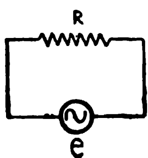
$$i = \frac{e}{R}, \quad R \text{ যদি বর্তনীর রোধ হয়।}$$

এটাই উল্লিখিত সমীকরণ। এই সমীকরণটির সমাধান করাই আমাদের পরবর্তী কাজ। 'সমাধান' বলতে আমরা কী বুঝবো? e এবং i-এর ভিতরে একটির মান দেওয়া থাকলে অন্যটি বার করাকেই 'সমাধান করা' বলা হবে। সাধারণত e দেওয়া থাকে। i বার করতে হয়। এক্ষেত্রে ধরা যাক, দেওয়া আছে—

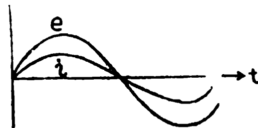
$$e = E_0 \sin \omega t.$$

তাহলে, $i = \frac{E_0}{R} \sin \omega t = I_0 \sin \omega t$; যেখানে $I_0 = \frac{E_0}{R}$.

বর্তনীটি খুব সরল; তাই সমাধান এত সহজ হ'ল। সমাধানের ফলটি লেখ-চিত্রে উপস্থিত করা হ'ল 5-(খ) নং চিত্রে। এখানে একই লেখ-চিত্রে t-এর সঙ্গে e এবং i-এর পরিবর্তন দেখানো হয়েছে। যেহেতু $e = E_0 \sin \omega t$ এবং $i = I_0 \sin \omega t$, অতএব, $t = 0$-তে e এবং i দু'টোই 'শূন্য'। $\omega t = \frac{\pi}{2}$,



(ক)



(খ)

চিত্র 5

অর্থাৎ $t=\frac{\pi}{2\omega}$-তে i এবং e দুটোই সর্বাধিক,—যথাক্রমে I_0 ও E_0। বলা বাহুল্য, $\omega t=\pi$, অর্থাৎ $t=\frac{\pi}{\omega}$ হ'লে i এবং e দুটিই আবার 'শূন্য'। এইভাবে আলোচনা করলে আমরা দেখতে পাই, e এবং i সবসময়ে সমদশায় থাকে। লেখ-চিত্রে এটাই দেখানো হয়েছে। e বাড়লেই তৎক্ষণাৎ i বাড়বে, এক্ষেত্রে যেটা ঘটছে, এ ঘটনা সাধারণ বুদ্ধির অনুমোদন পেলেও পরিবর্তী তড়িতের ক্ষেত্রে সাধারণত ঘটে না।

[খ] এখন আমরা যে বর্তনীটি আলোচনা করব, তাতে একটি বিশুদ্ধ আবেশ-কুণ্ডলী এবং পরিবর্তী তড়িচ্চালক বলের একটি উৎস ছাড়া অন্য কিছু নেই। বাস্তবে এই বর্তনীর অস্তিত্ব অসম্ভব। কারণ, কোনো রোধ নেই এমন কোনো তড়িৎ-বর্তনী তৈরি করা যায় না।

এই বর্তনীর তড়িচ্চালক বলের সমীকরণটি প্রথমেই লেখা দরকার। আমরা জানি, L যদি ঐ কুণ্ডলীর স্ব-আবেশ হয় এবং কোনো মুহূর্তে (ক্ষণিক) প্রবাহ যদি i হয়, তবে ঐ মুহূর্তে আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল হয় $L\frac{di}{dt}$; এবং এই বল মূল তড়িচ্চালক বলকে প্রশমিত করতে চেষ্টা করে। ফলে, বর্তনীতে কার্যকর তড়িচ্চালক বল ঐ মুহূর্তের জন্য হয়ে দাঁড়ায় $e-L\frac{di}{dt}$।

ও'ম্-এর সূত্র অনুসারে, এই রাশিই Ri-এর সমান হবার কথা। কিন্তু, বর্তমান বর্তনীতে $R=0$ হওয়ায় আমরা লিখতে পারি,

$$e-L\frac{di}{dt}=0 \qquad \text{বা,} \quad e=L\frac{di}{dt}$$

ধরা যাক, দেওয়া আছে, $e=E_0 \sin \omega t$। এখন জানতে হবে i-এর গাণিতিক রূপ। স্পষ্টত,

$$di=\frac{edt}{L}=\frac{E_0}{L}\sin \omega t\, dt$$

সুতরাং, $i=\frac{E_0}{L}\int \sin \omega t\, dt+\text{ধ্রুব পদ}=-\frac{E_0}{\omega L}\cos \omega t+A$, ধরা যাক।

A একটা অজ্ঞাত ধ্রুব রাশি, যার মান আমাদের বা'র করতে হবে। এই যুক্তি দিয়ে আমরা A-র মান জানতে পারি:

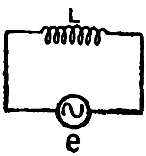
যেহেতু বর্তনীতে **একমুখী** এবং **স্থির** তড়িচ্চালক বলের কোনো উৎস নেই, সুতরাং একমুখী এবং স্থির কোনো প্রবাহ থাকাও সম্ভব নয়। i-এর মান

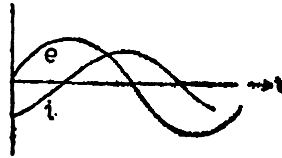
যে দু'টি রাশির যোগফল হিসাবে পাচ্ছি, তার প্রথম রাশিটি সময়-নির্ভর বটে, কিন্তু দ্বিতীয় রাশিটি ধ্রুব-রাশি। এই দুটি প্রবাহের যোগফলেই মূল প্রবাহ i তৈরী হচ্ছে। কিন্তু, এই বর্তনীতে সময়-অনির্ভর কোনো প্রবাহ থাকতে পারে না। সুতরাং $A=0$।

অতএব, $$i=-\frac{E_0}{\omega L}\cos\omega t=\frac{E_0}{\omega L}\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)$$
$$=I_0\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right) \quad \cdots \quad (1.1)$$

যেখানে $$\frac{E_0}{\omega L}=I_0 \quad \cdots \quad (1.2)$$

এই গাণিতিক ফলাফলে লক্ষণীয় অনেক বিষয় আছে। প্রথমত, $\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)$ একটি কোণের সাইন ; সুতরাং একটি সংখ্যামাত্র। এর কোনো একক নেই। এখন, (1.1) সমীকরণের দিকে তাকালে দেখা যায়, বাঁদিকে রয়েছে i, যার একক হবে প্রবাহের একক। ডানদিকে বিশুদ্ধ সংখ্যা বাদ দিলে থাকে $\frac{E_0}{\omega L}$; এবং সমতা রক্ষার জন্য এই রাশির এককও হবে প্রবাহের একক। কিন্তু, E_0-র একক অবশ্যই তড়িচ্চালক বলের একক। যেহেতু, 'একক' বিবেচনা করলে বলা যায় $\frac{[\text{তড়িচ্চালক বল}]}{[\text{রোধ}]}=[\text{প্রবাহ}]$, অতএব ωL এই বর্তনীতে রোধের ভূমিকা নিচ্ছে, আপাতভাবে কোনো রোধ না-থাকা সত্ত্বেও। বলা বাহুল্য, ωL-এর এককও হবে ও'ম্। সাধারণ রোধ এবং এই কার্যকর রোধ যা'তে আলাদা নামে ডাকা হয়, সেই কারণে আমরা এই নতুন জাতীয় রোধের নাম দিচ্ছি 'পরিরোধ' (reactance)। তাহলে, এই বর্তনীর রোধ কিছু নেই ; কিন্তু পরিরোধ ωL। আবেশন (L)-এর জন্যই এই পরিরোধের উৎপত্তি ; তাই একে বলা চলে আবেশী পরিরোধ। এই গেল প্রথম সমীক্ষা।





চিত্র 6

দ্বিতীয়ত, (1.1) সমীকরণের সঙ্গে $e=E_0\sin\omega t$ তুলনা করলে দেখতে পাই, ক্ষণিক প্রবাহ (i) এবং ক্ষণিক তড়িচ্চালক বল (e) একই দশায় নেই। যেমন, যখন $t=0$, তখন $e=0$, কিন্তু $i=I_0\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)=-I_0$; অর্থাৎ,

প্রবাহ তখন সর্বাধিক, যদিও বিপরীতমুখী। তেমনি, ωt যখন $\frac{\pi}{2}$, তখন $e = E_0$, অর্থাৎ, e-এর মান তখন সর্বাধিক; কিন্তু $i = I_0 \sin 0 = 0$, অর্থাৎ, প্রবাহ নেই। এই অবস্থাটি চিত্র 6 (খ)-তে বোঝানো হয়েছে। বস্তুত, i সবসময়েই e থেকে এক-চতুর্থাংশ তরঙ্গ-দৈর্ঘ্যে পিছিয়ে আছে, অথবা $\frac{\pi}{2}$-কোণে পিছিয়ে আছে। আপাতদৃষ্টিতে এটা খুবই অদ্ভুত যে, ক্ষণিক প্রবাহ ক্ষণিক তড়িচ্চালক বলের সঙ্গে সমদশায় থাকবে না; একটা বাড়লে অন্যটা কমে যাবে। কিন্তু, i এবং e এর ভিতরে সর্বদা একটি নির্দিষ্ট দশা-ব্যবধান থাকা পরিবর্তী তড়িৎ-বর্তনীর এক অতি সাধারণ ঘটনা। বরং, বিরল ক্ষেত্রে এর অন্যথা হয়ে থাকে। তাহ'লে একটি মূল্যবান সিদ্ধান্তে আমরা পৌঁছোতে পারি: কোনো পরিবর্তী তড়িৎ-বর্তনীতে কেবল একটি বিশুদ্ধ আবেশ-কুণ্ডলী যদি থাকে, সেই বর্তনীতে ক্ষণিক প্রবাহ ক্ষণিক তড়িচ্চালক বল থেকে $\frac{\pi}{2}$ কৌণিক দশায় পিছিয়ে থাকে।

[গ] এবারে আমরা যে বর্তনীটি আলোচনা করব, তাতে একটিমাত্র আদর্শ ধারক এবং পরিবর্তী তড়িতের একটি উৎস ছাড়া অন্য কিছু নেই। চিত্র 7 (ক) দ্রষ্টব্য।

এক্ষেত্রে তড়িচ্চালক বলের সমীকরণ কী হবে? ধরা যাক, কোনো মুহূর্তে তড়িচ্চালক বল e, এবং ঐ মুহূর্তে ধারকের একটি পাতে যে পরিমাণ স্থির বিদ্যুৎ জমা হয় তার পরিমাণ Q। ধারকের ধা· কত্ব C এবং ঐ মুহূর্তের বিভব-প্রভেদ V হ'লে $Q = CV$। ধারকের পাতে বিদ্যুতের সঞ্চয় ঐ বর্তনীর প্রবাহ রোধ করার চেষ্টা করবে; অর্থাৎ, একটি বিরুদ্ধ তড়িচ্চালক বল সৃষ্টি করবে, যার তাৎক্ষণিক মান V। সুতরাং, আলোচ্য মুহূর্তে বর্তনীর কার্যকরী তড়িচ্চালক বল $e - V$। ও'ম্-এর সূত্র অনুসারে, এই রাশি Ri-এর সমান। কিন্তু, বর্তনীতে কোনো রোধ (R) নেই। কাজেই $e - V = 0$-ই ঈপ্সিত সমীকরণ। অথবা, লেখা যায়,

$$e = \frac{Q}{C}.$$

স্থির-বিদ্যুতের গতিই চল-বিদ্যুৎ; এবং যে কোনো পাতে স্থির-বিদ্যুতের পরিমাণ হ্রাস-বৃদ্ধির হারকেই আমরা 'প্রবাহ' বলতে পারি। সুতরাং,

$$dQ/dt = i.$$

e-এর সমীকরণ থেকে লেখা যায় $\frac{de}{dt}=\frac{1}{C}\frac{dQ}{dt}$, যেহেতু C স্থির রাশি।

সুতরাং, $\frac{de}{dt}=\frac{i}{C}$

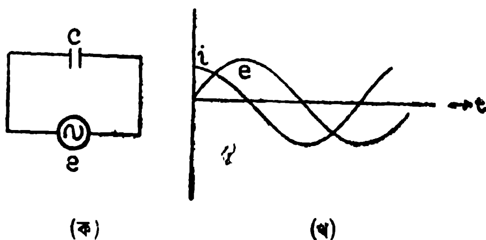
ধরা যাক, বলা হয়েছে $e=E_0 \sin \omega t$। এখন শেষ সমীকরণটি সমাধান করতে হবে; অর্থাৎ i বার করতে হবে। স্পষ্টতই,

$\omega E_0 \cos \omega t=i/C$, বা, $i=\omega CE_0 \cos \omega t$

$$\text{বা,}\quad i=\frac{E_0}{\left(\frac{1}{\omega C}\right)} \sin \left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)=I_0 \sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right), \quad \cdots \quad (1.3)$$

$$\text{যেখানে}\quad I_0=\frac{E_0}{\left(\frac{1}{\omega C}\right)} \quad \cdots \quad (1.4)$$

এই অনুচ্ছেদের [খ]-অংশে যেভাবে (1.1) এবং (1.2) ফলাফলের আলোচনা হয়েছিল, এখানে (1.3) এবং (1.4)-এর আলোচনাও হুবহু সেইভাবেই হবে। সুতরাং, এখনকার আলোচনা বিস্তৃত করার দরকার নেই। কেবল চূড়ান্ত ফল ব'লে দিলেই সব বোঝা যাবে। এক্ষেত্রে $\left(\frac{1}{\omega C}\right)$-ই রোধের কাজ করছে, যদিও বর্তনীতে আপাতদৃষ্টিতে কোনো রোধ নেই। বলা বাহুল্য, $\left(\frac{1}{\omega C}\right)$-র এককও হবে ও'ম্। একেও আমরা 'পরিরোধ' বলব; এবং ধারক-এর উপস্থিতির জন্য এই পরিরোধের উদ্ভব হওয়ায় একে আরও বিশদভাবে 'ধারকী' পরিরোধ বলা যাবে।



(ক) (খ)

চিত্র 7

$e=E_0 \sin \omega t$ এবং সমীকরণ (1.3) তুলনা করলেই স্পষ্ট বোঝা যাবে, এখানেও e এবং i সমদশায় থাকছে না; এবং এক্ষেত্রে i সব সময়ে e-এর থেকে এক-চতুর্থাংশ তরঙ্গ-দৈর্ঘ্যে বা $\frac{\pi}{2}$ কৌণিক দশায় এগিয়ে থাকছে। [সমীকরণ

(1.1) এবং (1.2)-এর আলোচনা আরেকবার দেখা যেতে পারে।] এটি চিত্র 7 (খ)-তে বোঝানো হয়েছে লেখ-চিত্রের সাহায্যে। এর আগে [খ]-বর্তনীর ক্ষেত্রে আমরা যে ফল পেয়েছিলাম, তা'র সঙ্গে এখনকার ফল তুলনা করলে দেখা যায়, পরিবর্তী তড়িৎ-বর্তনীতে আবেশ-কুণ্ডলী এবং ধারক যুক্ত করার ফল এক হিসাবে বিপরীত: প্রথম ক্ষেত্রে প্রবাহর দশা তড়িচ্চালক বলের দশা থেকে পিছিয়ে পড়ে, এবং দ্বিতীয় ক্ষেত্রে এগিয়ে যায়।

[**প্রশ্ন :** উপরের তিনটি বর্তনী আমরা আলোচনা করেছি $e=E_0 \sin \omega t$ ধ'রে নিয়ে। $e=E_0 \cos \omega t$ ধ'রে তিনটি ক্ষেত্রেই ফল বার কর এবং আলোচনা কর। কিছু তফাত হয় কি ?]

1.7. পরিবর্তী তড়িৎ-বর্তনীতে শক্তির ক্ষয়

যদিও একান্ত বাস্তব কোনো তড়িৎ-বর্তনী নিয়ে এখনও আমরা কোনো আলোচনা করিনি, তবু 1.6 অনুচ্ছেদের আলোচনার সঙ্গে সাধারণ বুদ্ধি যোগ করলে কিছু বাড়তি সিদ্ধান্তও নেওয়া যেতে পারে। যেহেতু আমরা দেখেছি, পরিবর্তী তড়িৎ-বর্তনীতে আবেশ-কুণ্ডলী যোগ করলে i-এর দশা e-এর দশা থেকে পিছিয়ে পড়ে, এবং ধারক যোগ করলে বিপরীত ঘটনা ঘটে, সুতরাং যে বর্তনীতে L এবং C এবং R, সবই আছে- সেক্ষেত্রে e বা i, যে কোনোটাই এগিয়ে বা পিছিয়ে থাকতে পারে। L এবং C-এর মধ্যে প্রভাব বেশী রয়েছে কা'র, তা'র উপরে নির্ভর করবে ফলাফল। এবং, e বা i-এর যে-ই এগিয়ে থাকুক, এর পরিমাণ নিশ্চয়ই $\frac{\pi}{2}$-র কম হবে, কারণ অন্যদের অনুপস্থিতিতে L অথবা C এককভাবে যা পারতো, সেটা এক্ষেত্রে আর হবে না। কাজেই, সাধারণভাবে বলা যায়, কোনো পরিবর্তী তড়িৎ-বর্তনীতে $e=E_0 \sin \omega t$ হ'লে, i এর রূপ হবে $i=I_0 \sin (\omega t \pm \theta)$, যেখানে $\theta<\frac{\pi}{2}$। এবারে এই অনুচ্ছেদের নির্দিষ্ট আলোচনায় আসা যেতে পারে।

বিদ্যুৎবাহী যে কোনো বর্তনীতেই বিদ্যুৎ-শক্তির ক্ষয় হয়; অর্থাৎ অন্য কোনো শক্তিতে পরিণত হয়ে যায়—আমাদের পক্ষে যা' সাধারণত লাভজনক নয়। পরিবাহী তারের গরম হ'য়ে ওঠা এরই সবচেয়ে উল্লেখযোগ্য উদাহরণ। এক্ষেত্রে বিদ্যুৎ-শক্তির একাংশ তাপ-শক্তি হ'য়ে গিয়ে অপচয় ঘটালো।

[এ ছাড়াও অপচয়ের আরও কারণ আছে। পরিবর্তী তড়িতের ক্ষেত্রে পরিবাহী ধাতুর 'জড়-চুম্বকত্ব'ও এ ব্যাপারে একটি ভূমিকা নেয়। পরিবর্তী তড়িতের প্রতিটি পূর্ণ আবর্তনের সঙ্গেই অনাবশ্যকভাবে কিছু 'কাজ' করা হয়, পূর্বতন অধ্যয়নের সূত্রে এ কথা হয়তো সবারই জানা আছে। তবে, তাপ-শক্তির সাক্ষাৎ উৎপাদনের সঙ্গেই বিদ্যুৎ-শক্তির মূল ক্ষয় জড়িত, এবং কেবল এটাই আমরা বিবেচনা করব।]

একমুখী এবং স্থির প্রবাহের ক্ষেত্রে আমাদের জানা আছে, বর্তনীতে কার্যকর বিভব-প্রভেদ যদি E এবং প্রবাহ I হয়, তবে প্রতি সেকেণ্ডে শক্তির ক্ষয় হয় EI। কিন্তু, পরিবর্তী তড়িতের ক্ষেত্রে e এবং i কোনোটাই স্থির নয়, এবং এক সেকেণ্ডে শক্তির ক্ষয় ei—এ কথাও বলা যাবে না ; কারণ এক সেকেণ্ডের মধ্যেও e এবং i-এর অনেক পরিবর্তন ঘটবে। তবে, dt যদি অপরিমেয় ক্ষুদ্র সময় হয়, তাহ'লে বলা যেতে পারে dt সময়ে বিদ্যুৎ-শক্তির ক্ষয় $ei\,dt$, যদি e এবং i ঐ সময়ে তড়িচ্চালক বল এবং প্রবাহ হয়ে থাকে। এখন একটি পূর্ণ সময়কাল (T)-কে আমরা অসংখ্য dt-অংশে ভাগ করতে পারি। প্রত্যেক ক্ষেত্রেই $eidt$-র মান হবে আলাদা ; কারণ e ও i সদা পরিবর্তনশীল। এইবার যদি এই অসংখ্য $eidt$-র মান [বীজগাণিতিক চিহ্ন সমেত] যোগ ক'রে যোগফলকে T দিয়ে ভাগ করি, তাহলে নিশ্চয়ই একটি পূর্ণ সময়কালে বা পূর্ণ আবর্তনে শক্তি-ক্ষয়ের গড়-মান পাব। অর্থাৎ, আমরা যা' করলাম, তা' গাণিতিক ভাষায় এই :

$$\frac{\oint eidt}{\oint dt}.$$ বৃত্ত চিহ্নটি একটি পূর্ণ চক্র বা আবর্তন নির্দেশ করে

এই রাশির এককও ei-এর অনুরূপ, অর্থাৎ ওয়াট্ (বা জুল্ / সেকেণ্ড), যদি e ও i যথাক্রমে ভোল্ট্ এবং অ্যাম্পিয়ারে প্রকাশ করা হয়। ঐ রাশিকে W দিয়ে চিহ্নিত করলে,

$$W=\frac{\int_0^{2\pi/\omega} eidt}{\int_0^{2\pi/\omega} dt} \text{ বা } W=\frac{\omega}{2\pi}E_0I_0\int_0^{2\pi/\omega}\sin\omega t\,\sin(\omega t\pm\theta)dt,$$

কারণ, $\oint dt = T = \frac{2\pi}{\omega}$; এবং $e = E_0 \sin \omega t$ ও $i = I_0 \sin (\omega t \pm \theta)$ ধরা হ'ল।

$$\therefore \quad W = \frac{\omega}{2\pi} E_0 I_0 \int_0^{2\pi/\omega} \sin \omega t (\sin \omega t \cos \theta \pm \cos \omega t \sin \theta) dt.$$

θ একটি নির্দিষ্ট দশা-বৈষম্য, এ কথা মনে রেখে লেখা যায়—

$$\int_0^{2\pi/\omega} \sin^2 \omega t \cos \theta \, dt = \cos \theta \, \tfrac{1}{2} \int_0^{2\pi/\omega} (1 - \cos 2\omega t) \, dt = \tfrac{1}{2} \cos \theta \int_0^{2\pi/\omega} dt$$

$$= \frac{\pi}{\omega} \cos \theta$$ [1.4 অনুচ্ছেদ দ্রষ্টব্য]

এবং $$\int^{2\pi/\omega} \sin \omega t \cos \omega t \sin \theta \;\; dt = \tfrac{1}{2} \sin \theta \int^{2\pi/\omega} \sin 2\omega t \, dt$$

$$= \tfrac{1}{2} \sin \theta \left[- \frac{\cos 2\omega t}{2\omega} \right]_0^{2\pi/\omega} = \frac{1}{4\omega} \sin \theta [-\cos 4\pi + \cos 0] = 0.$$

অতএব, $W = \frac{\omega}{2\pi} E_0 I_0 \frac{\pi}{\omega} \cos \theta = \tfrac{1}{2} E_0 I_0 \cos \theta = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \, \frac{I_0}{\sqrt{2}} \cos \theta.$

1.4 অনুচ্ছেদে আমরা দেখেছি, $E_0 / \sqrt{2} = e$-এর বর্গ-গড়-মূল মান $= E$, এবং $I_0 / \sqrt{2} = i$-এর বর্গ-গড়-মূল মান $= I$।

সুতরাং, $W = EI \cos \theta.$ ... (1.5)

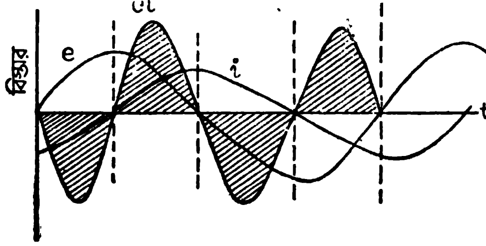
দেখা যাচ্ছে, পরিবর্তী তড়িৎ-বর্তনীর শক্তি-ক্ষয় নির্দেশে $\cos \theta$-র একটি বিশেষ ভূমিকা আছে। এ কারণে $\cos \theta$-কে বলা হয় 'শক্তি-সূচক' (power factor)।

1.8. নিরপচয়ী বিদ্যুৎ-প্রবাহ বা ওয়াটবিহীন প্রবাহ

1.6 অনুচ্ছেদে [খ] এবং [গ] বিভাগে আমরা দেখেছি,—কোনো পরিবর্তী তড়িৎ-বর্তনীতে যদি কেবল একটি বিশুদ্ধ আবেশ-কুণ্ডলী অথবা একটি বিশুদ্ধ ধারক থাকে, তবে ঐ বর্তনীতে প্রবাহ এবং তড়িচ্চালক বলের ভিতরে সব সময়ে $\frac{\pi}{2}$-কৌণিক দশা-বৈষম্য থাকে। অর্থাৎ, (1.5) সমীকরণে লেখা যায়, $\theta = \frac{\pi}{2}$।

অতএব, $W = EI \cos \frac{\pi}{2} = 0.$

অর্থাৎ তড়িৎ-শক্তির কোনো ক্ষয় হচ্ছে না। শক্তির উৎপাদন বা ক্ষয়ের হারের ব্যবহারিক একক 'ওয়াট্'। সুতরাং এই ক্ষয়হীন বা অপচয়হীন বিদ্যুৎকে আমরা 'ওয়াট্‌বিহীন' বিদ্যুৎ-প্রবাহ বা নিরপচয়ী বিদ্যুৎ-প্রবাহ বলতে পারি।



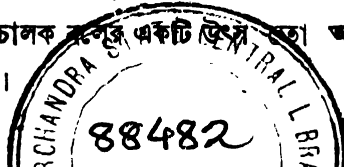
চিত্র 7 (A)

নিরপচয়ী বিদ্যুৎ-প্রবাহ অবশ্যই আমাদের একান্ত কাম্য। কিন্তু, বাস্তবে এটা অসম্ভব। 1.6 অনুচ্ছেদে আমরা বাস্তবতাহীন বিশুদ্ধ আবেশ-কুণ্ডলী এবং বিশুদ্ধ ধারকের অস্তিত্ব স্বীকার ক'রে নিয়েছিলাম। নইলে $\theta=\frac{\pi}{2}$ হ'ত না। বাস্তবে $\theta=\frac{\pi}{2}$ কখনোই হয় না। তবে, θ যতই $\frac{\pi}{2}$-এর কাছাকাছি যাবে, শক্তি-ক্ষয় ততই কম হবে। বাস্তবে অনেক ক্ষেত্রেই এই সত্যের প্রয়োগ হয়।

[**মন্তব্য :** বাস্তবে $W=0$ সম্ভব না-হ'লেও তত্ত্বগতভাবে সম্ভব—এটা আমরা গাণিতিকভাবে দেখিয়েছি। সাধারণ যুক্তি দিয়েও এর কারণ ব্যাখ্যা করা যেতে পারে। যেহেতু e এবং i দু'টোই পরিবর্তী, অতএব e এবং i ধনাত্মক ও ঋণাত্মক দু'ইই হ'তে পারে। সুতরাং, গুণফল ei কখনও ধনাত্মক' কখনও ঋণাত্মক হবে। সেক্ষেত্রে T সময়ের ভিতরে $\oint eidt$ এই যোগফল 'শূন্য' হবার একটা তাত্ত্বিক সম্ভাবনা থেকেই যায়। চিত্র 7(A)-তে ei যেমন অর্ধ আবর্তনে ঋণাত্মক ও অপরার্ধে ধনাত্মক। অতএব, $\oint eidt=0$।]

1.9. L–R বর্তনী

এবারে আমরা কয়েকটি বাস্তব বর্তনী নিয়ে আলোচনা করতে চাই। প্রথমে যে বর্তনীটি আমরা বিবেচনা করছি, তা'তে স্ব-আবেশ এবং রোধ দুই-ই আছে। অবশ্য, পরিবর্তী তড়িচ্ছালক বলের একটি উৎস তো আছেই। বর্তনীটি চিত্র 8 (ক)-এ দেখানো হ'ল।



1.6 অনুচ্ছেদের [খ] বিভাগের আলোচনার সূত্রে আমরা সহজেই $L-R$ বর্তনীর তড়িচ্চালক বলের সমীকরণটি লিখতে পারি :

$$e-L\frac{di}{dt}=Ri \quad \text{বা,} \quad e=L\frac{di}{dt}+Ri. \quad \cdots \quad (1.6)$$

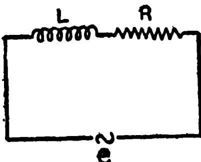
ধরা যাক, $e=E_0 \sin \omega t$ দেওয়া আছে, এবং i-এর গাণিতিক মান বা'র করতে হবে। এ কাজ অনেকভাবে হওয়া সম্ভব। এখানে আমরা একটি পদ্ধতিতে (1.6)-সমীকরণের সমাধান দেখাচ্ছি। (পরবর্তী পরিচ্ছেদে আরেকটি পদ্ধতির প্রয়োগ দেখানো হবে।)

$\frac{d}{dt}$ একটি 'অবকল কারক' (differential operator) এবং বর্তমান আলোচনায় সময়-নির্ভর চল-রাশি $\sin \omega t$ অথবা $\cos \omega t$ ছাড়া কিছুই থাকা সম্ভব নয়। যদি $\frac{d}{dt}\equiv D$ ধরা হয়, তবে $\frac{d}{dt}\sin \omega t=D \sin \omega t=\omega \cos \omega t$। এবং $\frac{d^2}{dt^2}=\frac{d}{dt}\left(\frac{d}{dt}\right)\equiv D^2$, সুতরাং $D^2 \sin \omega t=D(\omega \cos \omega t)=-\omega^2 \sin \omega t$, যেহেতু $D^2 \sin \omega t=-\omega^2 \sin \omega t$, অতএব, $\sin \omega t$ (বা $\cos \omega t$)-র উপরে D^2-কারক কাজ করার ফলে চল-রাশিটিকে কার্যত $-\omega^2$ দিয়ে গুণ করা হয়।

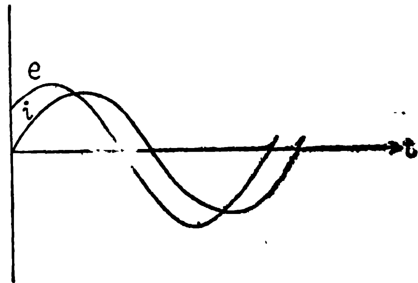
$\therefore \quad D^2\equiv-\omega^2$ বলা চলে।

এখন, (1.6) সমীকরণ থেকে পাওয়া যায়

$$e=LDi+Ri=(R+LD)i, \quad \text{বা,} \quad i=\frac{e}{R+LD} \quad \cdots \quad (1.7)$$



(ক)



(খ)

চিত্র 8

শেষ সমীকরণে $(R+LD)^{-1}$ একটি কারক, এবং $e(=E_0 \sin \omega t)$-র উপরে এই কারকটি কাজ করবে।

আমরা দেখেছি, $D^2 \equiv -\omega^2$, সুতরাং $D \equiv \sqrt{-\omega^2}$, একটি কাল্পনিক রাশি। সুতরাং, (1.7) সমীকরণের ডানদিকের হরটি মূলদ নয়। রীতি অনুসারে লব ও হরকে $(R-LD)$ দিয়ে গুণ করলে হরটিকে মূলদ করা যাবে।

$$\therefore \quad i=\frac{(R-LD)e}{(R-LD)(R+LD)}=\frac{(R-LD)e}{R^2+\omega^2L^2}, \text{ যেহেতু } D^2 \equiv -\omega^2.$$

$R^2+\omega^2L^2$ একটি ভৌত রাশি মাত্র ; অবকল কারক নয়। এখন,

$$i=\frac{E_0}{R^2+\omega^2L^2}(R \sin \omega t - L\omega \cos \omega t).$$

ধরা যাক, $R=A \cos \phi$ এবং $\omega L=A \sin \phi$.

A এবং ϕ, এই দু'টি অজ্ঞাত রাশির মান সহজেই জ্ঞাত রাশি R, ω, L-এর সাহায্যে প্রকাশ করা যাবে। স্পষ্টত,

$$A=\sqrt{R^2+\omega^2L^2} \quad \text{এবং} \quad \phi=\tan^{-1}\frac{\omega L}{R} \qquad \cdots \qquad (1.8)$$

$$\therefore \quad i=\frac{E_0A}{R^2+\omega^2L^2}(\cos \phi \sin \omega t - \sin \phi \cos \omega t)$$

$$\text{বা,} \quad i=\frac{E_0 \sin (\omega t-\phi)}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}} \qquad \cdots \qquad (1.9)$$

কোনো একটি বিশেষ বর্তনীর পক্ষে $\frac{E_0}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}$ একটি ধ্রুব-রাশি, I_0, ধরা যাক। সুতরাং,

$i=I_0 \sin (\omega t-\phi)$ লেখা যায়। I_0 স্পষ্টতই i-এর শীর্ষ-মান। দেখা যাচ্ছে, $e=E_0 \sin \omega t$ হ'লে $i=I_0 \sin (\omega t-\phi)$ হচ্ছে। অতএব, ক্ষণিক প্রবাহ সব সময়ে ক্ষণিক তড়িচ্চালক বলের দশা থেকে ϕ-কোণে পিছিয়ে রয়েছে। পূর্ববর্তী 1.6-অনুচ্ছেদের আলোচনার সঙ্গে এই ফলাফলের সামঞ্জস্য আছে। বর্তনীতে শুধু R থাকলে e এবং i সমদশায় থাকে (অর্থাৎ, $\phi=0$ হয়)। বর্তনীতে শুধু L থাকলে e সর্বদা i-এর থেকে $\phi=\frac{\pi}{2}$-তে এগিয়ে থাকে। অতএব বর্তনীতে R ও L দু'টোই থাকলে e এগিয়ে থাকবে বটে, কিন্তু ϕ-এর মান হবে 0-র বেশী এবং $\frac{\pi}{2}$-র কম। (1.8) সমীকরণ থেকে দেখতে পাচ্ছি, $\phi=0$ বা $\phi=\frac{\pi}{2}$ হ'তে

পারে না ; কারণ প্রথম ক্ষেত্রে ω বা L 'শূন্য' হ'তে হয়, এবং দ্বিতীয় ক্ষেত্রে $R=0$ হ'তে হয়—যা'র কোনোটাই এক্ষেত্রে হচ্ছে না। অতএব, ϕ অবশ্যই 0 এবং $\frac{\pi}{2}$-এর মধ্যে কোথাও থাকবে। চিত্র 8 (খ)-তে বিষয়টি দেখানো হ'ল। (এই চিত্রে অবশ্য $e=E_0 \sin \omega t$ ধরা হয় নি।)

(1.9)-সমীকরণে আরেকটি লক্ষণীয় বিষয় আছে। $\sin(\omega t-\phi)$ একটি সংখ্যামাত্র,—এককহীন। এবং I ও E_0-র যথাক্রমে প্রবাহ এবং তড়িচ্চালক বলের একক আছে। অতএব, $\sqrt{R^2+\omega^2L^2}$-এর নিশ্চয়ই রোধের একক থাকবে, এবং এই রাশিটি আলোচ্য বর্তনীর কার্যকর রোধ নির্দেশ করবে। মূল চিহ্নের ভিতর যে রাশি রয়েছে, তা'র স্পষ্টতই দু'টি অংশ আছে। একটি হ'ল রোধ (R)-এর বর্গ, এবং অপরটি আবেশী পরিরোধ (ωL)-এর বর্গ। [16 অনুচ্ছেদ দ্রষ্টব্য।] দু'ই মিলে যা তৈরী হ'ল, $\sqrt{R^2+\omega^2L^2}=|Z|$, ধরা যাক, একে আমরা বলতে পারি ব্যাপ্ত রোধ বা সার্বিক রোধ বা পরারোধ (impedance)। [Z-এর | |-চিহ্ন ব্যবহারের কারণ পরের পরিচ্ছেদে বলা হবে।] $|Z|$-এর এই মান অত্যন্ত প্রয়োজনীয় তথ্য, এবং সব সময়ে স্মৃতিতে রাখা দরকার।

1.10. C – R বর্তনী

অনুচ্ছেদ 1.6 ঠিকমত অনুসরণ করা থাকলে এই বর্তনীর তড়িচ্চালক বলের সমীকরণ সহজেই লেখা যাবে :

$e-\frac{Q}{C}=Ri$, যেখানে e এবং i কোনো একটি মুহূর্তে বর্তনীর তড়িচ্চালক বল এবং প্রবাহ ; এবং Q হ'ল ঐ মুহূর্তে ধারকের যে কোনো একটি পাতে সঞ্চিত আধানের পরিমাণ। আমরা জানি, $\dot{Q}=i$; এবং ধরা যাক, $e=E_0 \sin \omega t$।

সুতরাং, $\frac{de}{dt}=R\frac{di}{dt}+\frac{i}{C}$ অথবা $\omega E_0 \cos \omega t=\left(RD+\frac{1}{C}\right)i$,

যেখানে $D\equiv\frac{d}{dt}$.

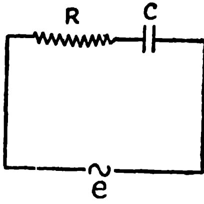
$$\therefore \quad i=\frac{\omega E_0 \cos \omega t}{\left(RD+\frac{1}{C}\right)}.$$

বা, $$i=\frac{\omega E_0\left(RD-\frac{1}{C}\right)\cos\omega t}{\left(RD-\frac{1}{C}\right)\left(RD+\frac{1}{C}\right)}=\frac{\omega E_0\left(-\omega R\sin\omega t-\frac{1}{C}\cos\omega t\right)}{\left(-R^2\omega^2-\frac{1}{C^2}\right)}$$

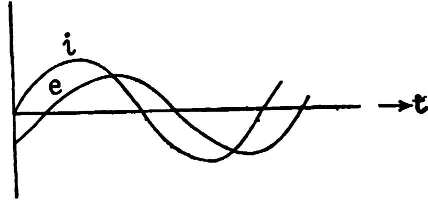
[প্রাসঙ্গিক আলোচনা 1.9-অনুচ্ছেদের আলোচনার অনুরূপ।]

$$\therefore\ i=\frac{\omega E_0\left(\omega R\sin\omega t+\frac{1}{C}\cos\omega t\right)}{\left(R^2\omega^2+\frac{1}{C^2}\right)}$$

$$=\frac{E_0\left(R\sin\omega t+\frac{1}{\omega C}\cos\omega t\right)}{\left(R^2+\frac{1}{\omega^2C^2}\right)}=\frac{E_0A\sin(\omega t+\phi)}{\left(R^2+\frac{1}{\omega^2C^2}\right)}$$



(ক)



(খ)

চিত্র 9

যেখানে $R=A\cos\phi$ এবং $\frac{1}{\omega C}=A\sin\phi$ বসানো হয়েছে।

বলা বাহুল্য, $A=\sqrt{R^2+\frac{1}{\omega^2C^2}}$ এবং $\phi=\tan^{-1}\frac{1}{\omega CR}$ ... (1.10)

$$\therefore\ i=\frac{E_0\sin(\omega t+\phi)}{\sqrt{R^2+\frac{1}{\omega^2C^2}}}\quad\cdots\quad(1.11).$$

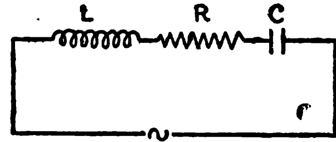
যেহেতু, $e=E_0\sin\omega t$, অতএব, i নিশ্চয়ই e-এর তুলনায় ϕ-কৌণিক দশায় সবসময়ে এগিয়ে আছে। এই সিদ্ধান্ত 1.6-অনুচ্ছেদের [ক] এবং [গ] বিভাগের সিদ্ধান্তের সঙ্গে সামঞ্জস্যপূর্ণ। ϕ-র মান 'শূন্য' থেকে বেশী এবং $\frac{\pi}{2}$ থেকে কম হবে। e এবং i-এর দশার পার্থক্য চিত্র 9 (খ)-তে দেখানো হ'ল। (এই চিত্রেও $e=E_0\sin\omega t$ ধরা হয় নি।)

এই বর্তনীর ক্ষেত্রে কার্যকর রোধ হ'ল $\sqrt{R^2+\frac{1}{\omega^2C^2}}$, যা' (1.11)

সমীকরণ থেকে সহজেই ধরা যাবে। এক্ষেত্রেও মূল-চিহ্নের ভিতরে যে রাশি রয়েছে, তা'র দু'টি অংশ। একটি অংশ রোধ (R)-এর বর্গ এবং অন্য অংশ ধারকী পরিরোধ $\left(\frac{1}{\omega C}\right)$-র বর্গ। দুই রাশির সহযোগে উৎপন্ন ভৌত রাশি $\sqrt{R^2+\frac{1}{\omega^2C^2}}=|Z|$, (ধরা যাক), এই বর্তনীর 'ব্যাপ্ত রোধ' বা 'সার্বিক রোধ' বা পরারোধ। Z-এর 'মান-চিহ্ন' ব্যবহারের কারণ পরের পরিচ্ছেদে স্পষ্ট হবে।

1.11. L−C−R বর্তনী

এক্ষেত্রে তড়িচ্চালক বলের সমীকরণ হবে [বর্তনীর ছবি 10 (ক)-চিত্রে দেখানো হ'ল।]



চিত্র 10 (ক)

$$e-L\frac{di}{dt}-\frac{Q}{C}=Ri,$$

অথবা $$e=L\frac{di}{dt}+Ri+\frac{Q}{C} \quad \cdots \quad (1.12)$$

[একই ধরনের আলোচনার পুনরাবৃত্তি করা হচ্ছে না।]

$$\therefore \quad \frac{de}{dt}=L\frac{d^2i}{dt^2}+R\frac{di}{dt}+\frac{i}{C} \quad \cdots \quad \cdots \quad (1.12a)$$

ধরা যাক, $e=E_0\sin\omega t$। যথারীতি $\frac{d}{dt}\equiv D$ ব্যবহার করলে লেখা যায়,

$$\omega E_0\cos\omega t=\left(LD^2+RD+\frac{1}{C}\right)i$$

বা, $$i=\frac{\omega E_0\cos\omega t}{\left(RD-L\omega^2+\frac{1}{C}\right)}$$

$$\therefore \quad i=\frac{\omega E_0\left(RD-\frac{1}{C}+L\omega^2\right)\cos\omega t}{\left\{RD-\left(\frac{1}{C}-L\omega^2\right)\right\}\left\{RD+\left(\frac{1}{C}-L\omega^2\right)\right\}}$$

$$\therefore \quad i=\frac{\omega E_0\left\{\omega R\sin\omega t+\left(\frac{1}{C}-L\omega^2\right)\cos\omega t\right\}}{R^2\omega^2+\left(\frac{1}{C}-L\omega^2\right)^2}$$

অথবা, $$i=\frac{E_0\left\{R\sin\omega t-\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)\cos\omega t\right\}}{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}.$$

ঠিক আগেকার মতোই, ধরা যাক, $R=A\cos\phi$ এবং $\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)=A\sin\phi$;

সুতরাং, $$A=\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega L}\right)^2}$$

এবং $$\phi=\tan^{-1}\frac{\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)}{R} \quad \cdots \quad \cdots \quad (1.13)$$

অতএব, $$i=\frac{E_0\sin(\omega t-\phi)}{\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}}. \quad \cdots \quad (1.14)$$

এক্ষেত্রে কিন্তু e-এর তুলনায় i এর দশা-শৈথিল্য ঘটবেই, একথা বলা যায় না। স্পষ্টতই,

$\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)>0$ হ'লে ϕ ধনাত্মক হবে, এবং সেক্ষেত্রে i পিছিয়েই থাকবে।

$\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)<0$ হ'লে ϕ ঋণাত্মক হবে, এবং সেক্ষেত্রে i এগিয়ে যাবে।

এবং $\omega L=\frac{1}{\omega C}$ হ'লে $\phi=0$ হবে, অর্থাৎ e ও i সমদশায় থাকবে।

বলা বাহুল্য, এক্ষেত্রে 'ব্যাপ্ত রোধ' বা 'সার্বিক রোধ' বা 'পরারোধ' হচ্ছে*

$$|Z|=\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}. \quad \cdots \quad \cdots \quad (1.15)$$

$\phi=0$ হলে, অর্থাৎ $\omega L=\frac{1}{\omega C}$ হ'লে, $|Z|$-এর মান সবচেয়ে কম হয়। ফলে সেই সময়ে বর্তনীতে প্রবাহ সবচেয়ে বেশী হয়। এই অবস্থায় সরবরাহকারী পরিবর্তী তড়িচ্চালক বলের 'কৌণিক কম্পাঙ্ক' হবে $\omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}=\omega_0$, ধরা যাক।

$$\cdots \quad (1.16)$$

একথা মনে রাখা দরকার, (1.14) কখনোই (1.12a)-র পূর্ণ সমাধান নয়। নিশ্চয়ই আমরা জানি, (1.12a)-সমীকরণের গাণিতিক রূপটি, অর্থাৎ

* 'ভূমিকা'র পরিভাষা বিষয়ক আলোচনা দ্রষ্টব্য।

$a\ddot{x}+b\dot{x}+c=k\cos\omega t$, পরবশ সরল দোল-গতির অবকল সমীকরণের অনুরূপ। এই জাতীয় সমীকরণের পূর্ণ সমাধানে দু'টি অংশ থাকে, - বিশেষ সমাকল (particular integral) এবং পূরক অপেক্ষক (complementary function)। সমাধান (1.14) (1.12*a*)-র বিশেষ সমাকল। পূরক অপেক্ষকটি বস্তুত স্বভাব কম্পনের সমীকরণ $a\ddot{x}+b\dot{x}+c=0$-র সমাধান ছাড়া আর কিছু নয়। অতএব,

$L\dfrac{d^2i}{dt^2}+R\dfrac{di}{dt}+\dfrac{i}{C}=0$-র সমাধানও আমাদের জানা দরকার। এই সমীকরণকে এই ভাবে লেখা সুবিধাজনক :

$$\frac{d^2i}{dt^2}+2b\frac{di}{dt}+p^2i=0,\ \text{যেখানে}\ b=\frac{R}{2L}\ \text{এবং}\ p^2=\frac{1}{LC}.$$

শব্দ-বিজ্ঞানের বইতে অথবা গণিতের উপযুক্ত বইতে এই সমীকরণের সমাধানের বিস্তৃত নির্দেশ আছে। আমরা সমাধানটি শুধু লিখে দিচ্ছি :

$$i=e^{-bt}\left[B_1e^{\sqrt{b^2-p^2}.t}+B_2e^{-\sqrt{b^2-p^2}.t}\right].$$

B_1 এবং B_2 ধ্রুব-রাশি, নির্দিষ্ট কোনো সমস্যার প্রদত্ত শর্তাবলী থেকে এদের মান বা'র করতে হয়। আমাদের সাধারণ আলোচনায় এগুলো অজ্ঞাত রাশি হিসাবেই থাকবে। শব্দ-বিজ্ঞানের আলোচনা থেকে নিশ্চয়ই আমরা জানি : $b^2<p^2$ না-হ'লে 'দোলন' হয় না ; অর্থাৎ—সেক্ষেত্রে i 'পরিবর্তী' হবে না। $p^2>b^2$ হ'লেই i-এর পক্ষে পরিবর্তী হওয়া সম্ভব ; এবং আমরা শুধু এই আলোচনায় আগ্রহী। এক্ষেত্রে b^2-p^2 ঋণাত্মক। সুতরাং, $\sqrt{b^2-p^2}=\sqrt{-(p^2-b^2)}=j\sqrt{p^2-b^2}$, লেখা যাক ; যেখানে $j\equiv\sqrt{-1}$।

$$\text{অতএব,}\ i=e^{-bt}\left[B_1e^{j\sqrt{p^2-b^2}.t}+B_2e^{-j\sqrt{p^2-b^2}.t}\right]$$
$$=e^{-bt}[B_1(\cos\sqrt{p^2-b^2}.t+j\sin\sqrt{p^2-b^2}.t)$$
$$+B_2(\cos\sqrt{p^2-b^2}.t-j\sin\sqrt{p^2-b^2}.t)]$$
$$=e^{-bt}[B_3\cos\sqrt{p^2-b^2}.t+B_4\sin\sqrt{p^2-b^2}.t],$$

ধরা যাক।

এখন, $B_3 = B \sin\theta$ এবং $B_4 = B\cos\theta$ লিখলে,

$$i = e^{-bt}B\sin\{\sqrt{p^2-b^2}.t+\theta\}$$

অর্থাৎ, $$i = Be^{-\frac{Rt}{2L}}\sin\left\{\sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{R^2}{4L^2}}.t+\theta\right\} \quad \cdots \quad (1.17)$$

এইটিই পূরক অপেক্ষক। (1.14)-সমীকরণের ডানদিকের রাশির সঙ্গে (1.17) সমীকরণের ডানদিকের রাশি যোগ দিলে যথার্থ পূর্ণ সমাধান [সমীকরণ (1.12*a*)-র] পাওয়া যায়। (1.17) থেকে দোলনের যে কম্পাঙ্ক লক্ষ করা যাচ্ছে, তা' হ'ল,

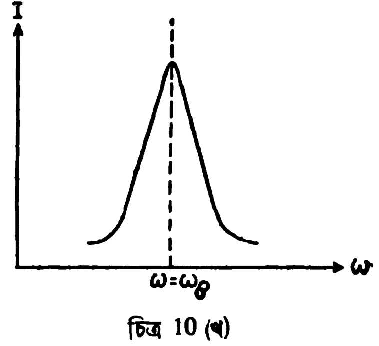
$\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{R^2}{4L^2}}$; এবং এই কম্পাঙ্ক ঐ বর্তনীর স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক ; আরোপিত বল $E_0 \sin\omega t$-র কম্পাঙ্ক $\frac{\omega}{2\pi}$ থেকে আলাদা। একথা অবশ্য মনে রাখতে হবে, সমাধান (1.14)-র তুলনায় সমাধান (1.17) অনেক কম গুরুত্বপূর্ণ। কারণ, (1.17) সমীকরণে প্রকাশিত দোলনের বিস্তার, $Be^{-Rt/2L}$, অতি দ্রুত কমে আসবে,—সূচকীয় হ্রাসের যা' বৈশিষ্ট্য। অল্প সময় পরেই এই রাশি এত ছোট হয়ে যাবে যে, সমাধান (1.17) তখন অগ্রাহ্য করলেও ক্ষতি হবে না। অর্থাৎ, শেষ পর্যন্ত (1.14)-সমাধানই কার্যকর সমাধান হয়ে দাঁড়াবে।

বাস্তব ক্ষেত্রে প্রায়ই $R \ll L$ রাখা হয় ; যা'র ফলে $R^2/4L^2$ খুবই ছোট হয়ে দাঁড়ায়। সেক্ষেত্রে বর্তনীর স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক হয়ে দাঁড়ায় প্রায় $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}}$. (1.16) সমীকরণে আমরা দেখেছি, যখন $\phi = 0$ হয়, তখন আরোপিত কম্পাঙ্ক $\frac{\omega}{2\pi}$-এর মানও হয় $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}}$। শব্দ-বিজ্ঞানের পরিভাষায়, স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক এবং আরোপিত পর্যাবৃত্ত বলের কম্পাঙ্ক এক হ'য়ে গেলে কম্পনের প্রাবল্য যথেষ্ট বেশী হয়, এবং এই ঘটনাকে 'অনুনাদ' বলে। তাহলে,

$$\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}} = f_0, \text{ (ধরা যাক)} \quad \cdots \quad (1.18)$$

অনুনাদী কম্পাঙ্ক। এটি একটি অত্যন্ত প্রয়োজনীয় গাণিতিক সূত্র। —এ কথা বলা বাহুল্য, অনুনাদের ক্ষেত্রে স্বাভাবিক কম্পনের স্থায়িত্বকাল দীর্ঘতর হবে। (আলোচ্য বর্তনীতে যেহেতু L, R ও C শ্রেণী-সজ্জায় রয়েছে,

অতএব এই অনুনাদকে আরও বিশদভাবে 'শ্রেণী অনুনাদ'ও বলা হয়।) এ কথা অবশ্য মনে রাখা দরকার যে,—বর্তনীতে যখন $R \ll L$ নয়; অর্থাৎ, যখন স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক এবং আরোপিত বলের কম্পাঙ্ক এক হচ্ছে না, তখনও এই বর্তনীতে আমরা 'অনুনাদ' কল্পনা করবো সর্বাধিক প্রবাহের ভিত্তিতে। সমীকরণ (1.18) তখনও অনুনাদী কম্পাঙ্ক প্রকাশ করবে। এক্ষেত্রে প্রবাহের ভিত্তিতে অনুনাদের সংজ্ঞা দেওয়া হ'ল ব'লে এই অনুনাদকে 'প্রবাহ অনুনাদ'ও বলা যায়। অনুনাদের সময়ে সর্বোচ্চ প্রবাহের অবস্থাটি I-ω লেখ-চিত্রে দেখানো হ'ল [চিত্র 10-খ]। এই বক্ররেখাকে 'অনুনাদ লেখ'ও বলা হয়। অনুনাদের সময়ে $\omega=\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$, এবং $\phi=0$। অনুনাদের সময়ে L-C-R বর্তনী সর্বাধিক প্রবাহ অনুমোদন করে ব'লে এই অনুনাদী বর্তনীকে অনুমোদক বর্তনী (acceptor circuit) বলা হয়।



চিত্র 10 (খ)

যখন $\omega>\omega_0$, তখন $\omega L>\frac{1}{\omega C}$, অর্থাৎ $\phi>0$। এক্ষেত্রে তড়িচ্চালক বল-এর দশা অগ্রবর্তী। যখন $\omega<\omega_0$, তখন $\omega L<\frac{1}{\omega C}$, অর্থাৎ $\phi<0$। এক্ষেত্রে প্রবাহ অগ্রগামী।

[L-C-R বর্তনীর আরও কয়েকটি বৈশিষ্ট্য পরবর্তী পরিচ্ছেদে আলোচিত হবে।]

1.12. উচ্চ আবেশী কুণ্ডলী বা 'চোক্' (Choke)

স্থির তড়িৎপ্রবাহের ক্ষেত্রে পরিবাহীর দু'ই বিন্দুর ভিতরে প্রবাহমাত্রা কমাতে হ'লে আমরা একটি রোধ যুক্ত করি। বৈদ্যুতিক পাখার ক্ষেত্রে 'রেগুলেটর' বস্তুত রোধ কমিয়ে বা বাড়িয়ে প্রবাহ বাড়ানো বা কমানোর ব্যবস্থা। কিন্তু, রোধ যুক্ত করার ফলে প্রবাহের ঈপ্সিত হ্রাস ঘটানো সম্ভব হ'লেও এর ফলে তাপের উৎপাদন বেড়ে যায়, এবং ফলে শক্তির অনাবশ্যক ব্যয় হয়।

পরিবর্তী তড়িতের ক্ষেত্রে রোধ উল্লেখযোগ্যভাবে না-বাড়িয়েও আমরা প্রবাহ কমাতে পারি, যা'র ফলে তাপের উৎপাদনজনিত অপচয় আমাদের তেমন ক্ষতির কারণ হয় না। আমরা 1.9 অনুচ্ছেদে দেখেছি, $L-R$ বর্তনীর পরাবোধ বা সার্বিক রোধ $\sqrt{R^2+\omega^2L^2}$। অতএব, R-এর পরিবর্তে যদি ωL যথেষ্ট বাড়ানো যায়, তবেও প্রবাহ হ্রাস পাবে। অতএব, এমন একটি কুণ্ডলী আমরা বর্তনীতে যোগ করতে পারি, যা'র R কম এবং L তুলনামূলকভাবে বেশী। এই জাতীয় কুণ্ডলীকে উচ্চ আবেশী কুণ্ডলী বলা হয়। তড়িচ্চালক বলের ω যদি খুব বেশী না হয়, তবে L খুব বেশী হওয়া দরকার; নইলে ωL যথেষ্ট বেশী হবে না। বলা বাহুল্য, যখন $\omega L \gg R$, তখন $\tan\phi=\omega L/R \gg 1$; অর্থাৎ, প্রবাহটি নিরপচয়ী হবার উপক্রম করবে। অল্প কম্পাঙ্কের প্রবাহের ক্ষেত্রে L-এর মান বাড়ানোর জন্য কুণ্ডলীটি প্রায়শ লৌহ-গর্ভ হয়ে থাকে; যদিও এর ফলে ঘূর্ণি-প্রবাহ এবং জড়-চুম্বকত্বজনিত শক্তি-ক্ষয় কিছুটা হয়ে থাকে। উচ্চ-কম্পাঙ্ক প্রবাহের ক্ষেত্রে L-এর মান খুব বেশী রাখবার প্রয়োজন নেই; যেহেতু ωL যথেষ্ট বেশী হবেই। এই ধরনের কুণ্ডলী সাধারণত কাগজের চোঙের উপরে জড়ানো হয়, অথবা কাঁচা-লোহার উপরেও জড়ানো হ'তে পারে। উচ্চ-কম্পাঙ্ক প্রবাহের ক্ষেত্রে জড়-চুম্বকত্বজনিত ক্ষয় খুব বেশী হয়ে যায় বলেই কুণ্ডলীর গর্ভে চৌম্বক পদার্থ রাখার ব্যাপারে সাবধানতা প্রয়োজন।

সমস্যা 2: কোনো বর্তনীতে ক্ষণিক তড়িচ্চালক বল $e=4\cos\omega t-3\sin\omega t$ হ'লে তড়িচ্চালক বলের শীর্ষ-মান এবং বর্গ-গড়-মূল মান বা'র কর।

[Problem 2: If the instantaneous emf in a circuit be $e=4\cos\omega t-3\sin\omega t$, find the peak value and the r.m.s. value.]

সমাধান: ধরা যাক, $4=A\cos\phi$ এবং $3=A\sin\phi$, যেখানে A এবং ϕ দু'টি ধ্রুব-রাশি। অতএব

$$e=A\cos(\omega t+\phi), \text{ যেখানে } A=\sqrt{4^2+3^2}=5\text{।}$$

বলা বাহুল্য e-র শীর্ষ-মান A, এবং বর্গ-গড়-মূল মান $\frac{A}{\sqrt{2}}$; অর্থাৎ, যথাক্রমে 5 এবং 3·54।

সমস্যা 3: একটি বর্তনী 100 mH-এর স্ব-আবেশ কুণ্ডলী এবং 2000Ω-এর রোধে গঠিত। এই বর্তনীতে 100 ভোল্ট, এবং 1000/সেকেণ্ড

কম্পাঙ্কের তড়িচ্চালক বল প্রয়োগ করা হ'ল। বর্তনীর প্রবাহ, কুণ্ডলীর দুই প্রান্তের বিভব-প্রভেদ, এবং রোধের দু'ই প্রান্তের বিভব-প্রভেদ বা'র কর।

[Problem 3. : An electric circuit consists of a 100 *mH* coil and a 2000Ω resistance. If the circuit is fed with a 100 *V*, 1000 H_Z e.m.f., find the current, p.d. across the coil, and p.d. across the resistance.]

সমাধান : এক্ষেত্রে প্রদত্ত 100 ভোল্ট, এবং নির্ণেয় প্রবাহ বর্গ-গড়-মূল মান নির্দেশ করবে। [1.4-অনুচ্ছেদের শেষে মন্তব্য দ্রষ্টব্য।]

বর্তমান ক্ষেত্রে, $|Z| = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$

$$= \sqrt{(2000)^2 + (2\pi \times 1000)^2 (100 \times 10^{-3})^2}\ \Omega$$

[যেহেতু $\omega = 2\pi \times 1000$]

$$= 10^3 \times \sqrt{4 \cdot 3}\ \Omega$$

অতএব, $I = \dfrac{100}{10^3 \times \sqrt{4 \cdot 3}} A = 4 \cdot 77 \times 10^{-2} A \cong 48 mA.$

কুণ্ডলীর দুই প্রান্তের বিভব-বৈষম্য $= I\omega L$

$$= 4 \cdot 77 \times 10^{-2} \times (2\pi \times 1000 \times 10^{-1})\ V. \cong 30\ V.$$

রোধের দুই প্রান্তের বিভব-বৈষম্য $= IR = 4 \cdot 77 \times 10^{-2} \times 2000\ V.$

$$\cong 9 \cdot 54 \times 10\ V. = 95 \cdot 4\ V.$$

সমস্যা 4 : 50/সেকেণ্ড এবং 200 ভোল্টের একটি সাইনীয় তড়িচ্চালক বল শ্রেণীসজ্জায় যুক্ত 100Ω-এর একটি রোধ, 2*H*-এর একটি আবেশ-কুণ্ডলী এবং একটি ধারকের বর্তনীতে প্রয়োগ করা হ'ল। এই বর্তনীর শক্তি-সূচক 1 করতে হ'লে ধারকের ধারকত্ব কত হওয়া দরকার ?

[Problem 4. : *A* 50-cps, 200-volt sinusoidal emf acts round a circuit containing a 100Ω-resistance, 2*H*-coil, and a capacitor —all connected in series. What should be the capacity of the capacitor to make the power factor of the circuit unity ?]

সমাধান : $\cos\phi = 1$; অর্থাৎ, $\phi = 0$ এটি *L-C-R* বর্তনীর অনুনাদী অবস্থা নির্দেশ করে। আমরা জানি, এ অবস্থায়

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \quad \text{বা,} \quad C = \frac{1}{\omega^2 L} = \frac{1}{(2\pi \times 50)^2 \times 2} F$$

$$\text{বা,} \quad C = \frac{10^6}{(4\pi^2 \times 2500 \times 2)} \mu F \cong \frac{10^6}{2 \times 10^5} \mu F = 5 \mu F.$$

[এখানে $\pi^2 \cong 10$ ধরা হ'ল।]

[আরও গাণিতিক সমস্যা পঞ্চম অধ্যায়ের পরে আলোচিত হবে।]

প্রথম পরিচ্ছেদে ব্যবহৃত পারিভাষিক শব্দের তালিকা

(প্রথম ব্যবহারের ক্রম অনুসারে)

পর্যাবৃত্ত	periodic
পরিবর্তী (তড়িত) প্রবাহ ...	alternating current
তড়িচ্চালক বল	electromotive force/e.m.f.
ক্ষণিক প্রবাহ/তড়িচ্চালক বল ...	instantaneous current/e.m.f.
একমুখী (তড়িত) প্রবাহ ...	direct current
চৌম্বক (বল) ক্ষেত্র ...	magnetic field
কুণ্ডলী	coil
বদ্ধ কুণ্ডলী	closed coil
সমক্ষেত্র	uniform field
বলরেখা	line of force
উপাংশ	component
পাক	turn
তড়িৎ-চুম্বকীয় আবেশ ...	electromagnetic induction
সরল দোল-গতি	simple harmonic motion (S.H.M.)
বিস্তার	amplitude
সময়কাল	time-period
সমদশা	same phase
স্ব-আবেশ	self-inductance
প্রবাহমাপক	ammeter
গড় মান	average value
শীর্ষ মান	peak value
বর্গ-গড়-মূল মান ...	root-mean-square value (r.m.s. value)
বাহ্য বা কল্পিত প্রবাহ/তড়িচ্চালক বল	virtual curent/e.m.f.
বর্তনী, পরিপথ ...	circuit
চক্র, আবর্তন	cycle

অনুপাত রাশি ···	···	form-factor
বিভব/বিভব প্রভেদ	···	potential/potential difference
পরিরোধ ···	···	reactance
আবেশী পরিরোধ	···	inductive reactance
ধারক/ধারকত্ব ···	···	capacitor/capacitance
ধারকী পরিরোধ	···	capacitive reactance
জড় চুম্বকত্ব, চৌম্বক জড়ত্ব	···	(magnetic) hysteresis
শক্তি সূচক ···	···	power factor
নিরপচয়ী বিদ্যুৎপ্রবাহ	···	wattless current
কারক/অবকল কারক	···	operator/differential operater
মূলদ ···	···	rational
ব্যাপ্ত-রোধ, সার্বিক রোধ, পরারোধ		impedance
আধান ···	···	charge
কৌণিক কম্পাংক	···	circular frequency/pulsatance
পরবশ সরল-দোল-গতি	···	forced S.H.M.
বিশেষ সমাকল	···	particular integral
পূরক অপেক্ষক	···	complementary function
সূচকীয় হ্রাস ···	···	exponential decay
অনুনাদ/অনুনাদ লেখ	···	resonance/resonance curve
অনুমোদক বর্তনী	···	acceptor circuit
উচ্চ আবেশী কুণ্ডলী	···	choke/choke coil/ choking coil

পরিচ্ছেদ 2

j-কারকের প্রয়োগ ও অনুনাদী বর্তনী

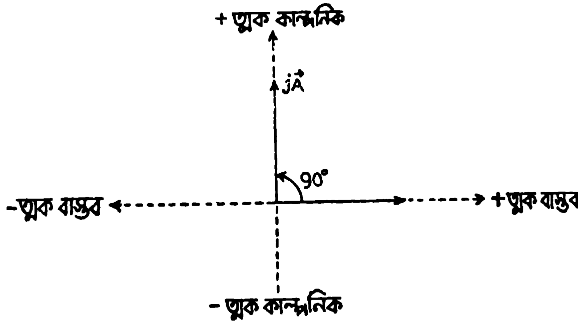
2.1. j($=\sqrt{-1}$)-র ব্যবহার

1.9 – 1.11 অনুচ্ছেদে যে গাণিতিক পদ্ধতিতে আমরা তিনটি বর্তনীর 'সমাধান' করেছি, সে পদ্ধতির বাস্তব উপযোগিতা খুব বেশি নয়। কারণ, এই সরল বীজগাণিতিক পদ্ধতি খুব সরল বর্তনীর পক্ষেই কার্যকর জটিলতর বর্তনীর ক্ষেত্রে বীজগাণিতিক জটিলতা এত বেড়ে যায় যে, শেষ পর্যন্ত চূড়ান্ত সমাধানে পৌঁছোনো কার্যত অসম্ভব হয়ে দাঁড়ায়। সুতরাং, নিছক বীজগাণিতিক পদ্ধতির বিকল্প কৌশল আমাদের খুবই প্রয়োজনীয়। এই কৌশলের গাণিতিক প্রস্তুতিই এই অনুচ্ছেদের আলোচনার বিষয়।

(ক) j-র জ্যামিতিক অর্থ

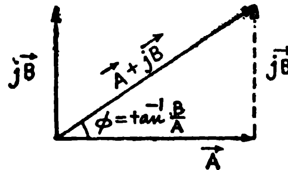
বলা বাহুল্য, একটি সদিশ রাশিকে একটি ধনাত্মক, বিশুদ্ধ সংখ্যা [যেমন, 2 বা 3] দিয়ে গুণ দিলে ঐ রাশির দিক বদলায় না; কেবল মান বেড়ে যায় 2 বা 3 গুণ। কিন্তু, একটি সদিশ রাশিকে – 1 দিয়ে গুণ দিলে মানের পরিবর্তন হয় না; ঐ রাশিটি কেবলমাত্র বিপরীতমুখী হয়ে যায়, অর্থাৎ, দিক পরিবর্তন (কৌণিক) হয় 180°। অতএব – 1-কে একটি গাণিতিক কারক হিসাবে মনে করা যায়, যা'র ক্রিয়ার একটি সদিশ রাশি 180° ঘুরে যায়। এখন, – 1-কে অবশ্যই $\sqrt{-1}$ $\sqrt{-1}$ লেখা চলে। সুতরাং, $\sqrt{-1}$-এর দু'বার প্রয়োগে সদিশ রাশি 180° ঘুরে গেল। অতএব, $\sqrt{-1}$-এর একবার প্রয়োগে সদিশ রাশি নিশ্চয়ই 90° ঘুরবে। কিন্তু, কোন্ দিকে ঘুরবে; বামাবর্তে, না দক্ষিণাবর্তে? বলা বাহুল্য, $\sqrt{-1}$ কাল্পনিক রাশি হ'লেও ধনাত্মক রাশি। অতএব, দ্বিমাত্রিক স্থানাঙ্ক জ্যামিতির রীতি অনুসারে এই ঘূর্ণন হবে বামাবর্তে; কারণ, উল্লম্ব অক্ষের ঊর্ধ্বমুখ ধনাত্মক দিক নির্দেশ করে। (এখানে অবশ্য মনে করা হয়েছে: মূল সদিশ রাশিটি ধনাত্মক চিহ্নযুক্ত বাস্তব রাশি।) তাহ'লে

এই বোঝা গেল যে, $\vec{A}$ যদি একটি ধনাত্মক এবং বাস্তব সদিশ রাশি হয়, তবে অনুভূমিক দক্ষিণমুখী অক্ষ বরাবর এর দিক নির্দেশিত হবে; এবং তাহ'লে $\sqrt{-1}\ \vec{A}$ বা $j\vec{A}$ এই সদিশ রাশিটি $\vec{A}$-র সঙ্গে লম্বভাবে থাকবে, এবং $\vec{A}$-র দিক থেকে বামাবর্তে 90° ঘুরে $j\vec{A}$-র দিক পাওয়া যাবে। বিষয়টি 11 নং চিত্রে বোঝানো হয়েছে।



চিত্র 11

এইমাত্র যেভাবে আমরা $\vec{A}$ এবং $j\vec{A}$-র সম্পর্ক নির্ধারণ করলাম, তা'র ব্যাপকতর প্রয়োগও হ'তে পারে: $\vec{A}$ এবং $\vec{B}$ যদি একইমুখী দু'টি সদিশ রাশি হয়, তবে $\vec{A}$ এবং $j\vec{B}$-র যোগফলে কেমন ক'রে তৃতীয় একটি সদিশ রাশি তৈরী হ'তে পারে তা' 11-(ক) চিত্রে দেখানো হয়েছে। বল-বিজ্ঞানে কেমন ক'রে দু'টি বল যুক্ত হয় তা'র প্রাথমিক ধারণা থাকলেই এই চিত্রটি বোঝা যাবে। সুতরাং এটি আর বিস্তৃত ব্যাখ্যার অপেক্ষা রাখে না। তবে, সংক্ষিপ্ততার জন্য তীর চিহ্ন প্রায়ই বর্জিত হয়; এবং $\vec{A}+j\vec{B}$ কে নিছক $A+jB$ লেখা হয়।



চিত্র 11 (ক)

(খ) (A+jB)-র মান ও দশা-পদ আলাদা করা

11-(ক) চিত্রে স্পষ্টই দেখা যায়, $A+jB$-র মান (দৈর্ঘ্য) $\sqrt{A^2+B^2}$। সাধারণভাবে বলা যায়: $A+jB$ এই জটিল রাশির মান বা'র হয় এইভাবে—

$$A+jB\text{-র মান} \equiv |A+jB| = |\sqrt{(A+jB)^{*}(A+jB)}|$$
$$= |\sqrt{(A-jB)(A+jB)}| = \sqrt{A^2+B^2}$$

(এই প্রসঙ্গে ব'লে রাখা যায়, j বা $-j$-র মান 1, যা' উপরের নিয়মে সহজেই বোঝা যায়।) কিন্তু, এভাবে $A+jB$-র মান বা'র করতে গিয়ে আমরা ঐ জটিল রাশির তাৎপর্যের একাংশ হারাই। বস্তুত, ঐ রাশিতে কেবল মান ছাড়াও আরেকটি অংশ আছে।

ধরা যাক, $A=x\cos\phi$ এবং $B=x\sin\phi$। এখানে A ও B বাস্তব রাশি দু'টিকে x ও ϕ বাস্তব রাশি দু'টি দিয়ে স্থানচ্যুত করা হল। এতে আপত্তির কিছু নেই ; কারণ, x ও ϕ-এর মান A ও B-র সাহায্যে সহজেই লেখা যাবে। স্পষ্টতই, $x^2=A^2+B^2$ এবং $\tan\phi=B/A$। এখন, $A+jB=x\cos\phi$ $+jx\sin\phi=x(\cos\phi+j\sin\phi)=xe^{j\phi}$।

$$\text{সুতরাং, } A+jB=\sqrt{A^2+B^2}\,e^{j\phi} \quad \left[\text{যেখানে } \phi=\tan^{-1}\frac{B}{A}\right]$$

অতএব, দেখা যাচ্ছে, $A+jB$—এই জটিল রাশির প্রকৃতপক্ষে দু'টি অংশ : মান এবং দশা-পদ ($e^{j\phi}$)। যেহেতু $e^{j\phi}$-এর মান, $|e^{j\phi}|=1$, অতএব $|A+jB|$-র মূল্যায়নের সময়ে এই অংশটি হারিয়ে যায়। কিন্তু, অনেক আলোচনায় দশা-পদটির মূল্য অপরিসীম। পরবর্তী অনুচ্ছেদগুলোর আলোচনায় এর সত্যতা অনুভব করা যাবে।

(গ) **'Re' ও 'Im'**

আমরা জানি, $e^{\pm j\phi}=\cos\phi\pm j\sin\phi$। এখানে $\cos\phi$ বাস্তব ও $\sin\phi$ (বা $j\sin\phi$) কাল্পনিক অংশ। সেই হিসাবে $\cos\phi$-কে $Re\,e^{j\phi}$ এবং $\sin\phi$-কে $Im\,e^{j\phi}$ লেখার রীতি আছে। *Re* এবং *Im* যথাক্রমে **Real** (≡বাস্তব) এবং **Imaginary** (≡কাল্পনিক) শব্দের প্রথমাংশ। কোন বর্তনীতে ক্ষণিক তড়িচ্চালক বল যদি $e=E_0\sin\omega t$ হয় তবে এ-ও লেখা যায় :

$$e=E_0\,Im\,e^{j\omega t}.\quad \text{তেমনি, } e=E_0\cos\omega t=E_0\,Re\,e^{j\omega t}\text{।}$$

(ঘ) দশা-পদের একাংশ বর্জনের নিয়ম

ধরা যাক, কোন একটি পরিবর্তী-তড়িৎবাহী বর্তনী সমাধান করতে গিয়ে তাৎক্ষণিক প্রবাহের এই রকম একটি গাণিতিক রূপ আমরা পেয়েছি :

$$i=\frac{E_0 \sin \omega t}{x+jy}$$

উপরের (গ)-বিভাগের আলোচনা অনুসারে, $E_0 \sin \omega t = E_0\, Im\, e^{j\omega t}$

এবং (খ)-বিভাগের আলোচনা অনুসারে, $x+jy=\sqrt{x^2+y^2}.e^{j\phi}$,

যেখানে $\tan\phi=y/x$। অতএব, $i=\frac{E_0\, Im\, e^{j\omega t} e^{-j\phi}}{\sqrt{x^2+y^2}}$

এ অবস্থায়, $Im\, e^{j\omega t}$-র সঙ্গে $e^{-j\phi}$-এর কেবল কাল্পনিক অংশই যুক্ত হবে ; বাস্তব অংশ পরিত্যক্ত হবে। সুতরাং,

$$i=\frac{E_0\, Im\, e^{j(\omega t-\phi)}}{\sqrt{x^2+y^2}}=\frac{E_0 \sin(\omega t-\phi)}{\sqrt{x^2+y^2}}.$$

এর গাণিতিক যুক্তি পরিশিষ্ট-1-এ দ্রষ্টব্য।

2.2. L-R বর্তনী

প্রথম পরিচ্ছেদে সাধারণ বীজগাণিতিক পদ্ধতিতে আমরা L-R বর্তনী আলোচনা করেছিলাম। এখন j-কারক-এর সাহায্যে এই আলোচনা করা হবে। যদিও এত সরল বর্তনীর ক্ষেত্রে j-কারক ব্যবহার না-করলেও চলে ; কিন্তু j-র ব্যবহার সম্পর্কে আমরা বিশেষভাবে পরিচিত হ'তে পারব।

মূল প্রবাহ যদি $\vec{I}$ হয়, তবে R-এর দুই প্রান্তে বিভব-বৈষম্য $R\vec{I}$ এবং, 2.1 অনুচ্ছেদের আলোচনাক্রমে, L-এর দুই প্রান্তে বিভব-বৈষম্য $j\omega L\vec{I}$। বলা বাহুল্য, $R\vec{I}+j\omega L\vec{I}=$ প্রদত্ত তড়িচ্চালক বল $=\vec{E}$।

$$\therefore \quad \vec{E}=(R+j\omega L)\vec{I} \quad \cdots \quad \cdots \quad (2.1)$$

[তড়িচ্চালক বলের অবকল সমীকরণ (1.6) লেখার দরকার হ'ল না। অবশ্য (1.6) থেকে (2.1)-সমীকরণ এনে দেখানো যেতে পারে। ধরা যাক : $e=E_0 \sin\omega t=E_0\, Im\, e^{j\omega t}$। যদি $e=E_0\cos\omega t$ হ'ত, তাহ'লে

$e = E_0 Re\, e^{j\omega t}$ হ'ত। আমরা সংক্ষেপে শুধু $e = E_0 e^{j\omega t}$ লিখছি। বলা বাহুল্য, i-এর গাণিতিক রূপও হবে $i \sim I_0 e^{j\omega t}$, দশা-পার্থক্য বাদে। অতএব, (1.6) সমীকরণ থেকে পাওয়া গেল :

$$E_0 e^{j\omega t} = j\omega L I_0 e^{j\omega t} + R I_0 e^{j\omega t},$$

বা, $E_0 = j\omega L I_0 + RI_0 = (R + j\omega L) I_0$

সবগুলো পদকে $\sqrt{2}$ দিয়ে ভাগ দিলে হবে $E = (R + j\omega L) I$; অর্থাৎ, সমীকরণ (2.1), তীর-চিহ্ন বাদে। লেখার সুবিধের জন্য তীর-চিহ্ন প্রায়শ আমরা বর্জন করব।]

সমীকরণ (2.1)-এর প্রসঙ্গে একটা কথা আমাদের মনে রাখতে হবে। E এবং I-এর ক্ষণিক মান না-বসানো পর্যন্ত প্রবাহ এবং তড়িচ্চালক বলের ভিতরে দশা-সম্পর্কটি বা'র করা যাবে না। কারণ, E বা I-এর দশার কোন প্রশ্নই নেই।

(2.1) সমীকরণে $(R + j\omega L)$ স্পষ্টতই রোধের ভূমিকা নিয়েছে। এর একটি অংশ (R) রোধ ; এবং অন্য অংশ (ωL) পরিরোধ। কিন্তু, $(R + j\omega L)$ বাস্তব রাশি নয় ; এর কোন এককও নেই। এই রাশিকে আমরা Z-দিয়ে চিহ্নিত করব ; এবং এর নাম হবে সদিশ পরারোধ (vector impedance)। এর মান স্পষ্টতই $|Z| = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$, অর্থাৎ, পরারোধ। [1.9-অনুচ্ছেদ দ্রষ্টব্য।] (2.1) সমীকরণ থেকে ক্ষণিক প্রবাহ বা'র করা খুবই সহজ। তীর-চিহ্ন বাদ দিলে,

$$i = \frac{e}{R + j\omega L} = \frac{E_0 \, Im\, e^{j\omega t}}{A \cos\phi + A j \sin\phi}, \quad \text{যদি } e = E_0 \sin \omega t \text{ হয় ;}$$

এবং, ধরা যাক, $R = A\cos\phi$, $\omega L = A \sin\phi$.

তাহ'লে, $i = \frac{E_0}{A} \, Im\, e^{j\omega t} . e^{-j\phi}$

$$= \frac{E_0 \, Im\, e^{j(\omega t - \phi)}}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

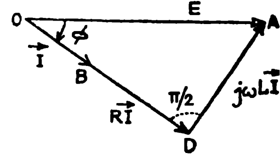
[$e^{-j\phi}$-এর বাস্তব অংশ পরিত্যক্ত হ'ল। 2.1-(ঘ) অনুচ্ছেদের আলোচনা দ্রষ্টব্য। পূর্ণ ব্যাখ্যার জন্য পরিশিষ্ট-1 দেখা যেতে পারে।]

বা, $i = \frac{E_0 \sin(\omega t - \phi)}{|Z|}$

এই ফল (1.9)-সমীকরণে প্রাপ্ত ফলের অনুরূপ। আনুষঙ্গিক আলোচনাও অভিন্ন।

দিক-চিত্র (Vector diagram) :

(2.1)-সমীকরণে তিনটি সদিশ রাশির পারস্পরিক সম্পর্ক দেখানো হয়েছে। এই সম্পর্কের চিত্র-রূপকে আমরা 'দিক্-চিত্র' বলব। 12 নং চিত্রে এই দিক-চিত্র দেখানো হয়েছে। ধরা যাক $\overrightarrow{OA}$-র দিক এবং দৈর্ঘ্য $\overrightarrow{E}$-এর দিক এবং



চিত্র 12

মান নির্দেশ করে। প্রবাহ $\overrightarrow{I}$-এর দিক এবং মান নির্দেশ করে $\overrightarrow{OB}$। স্পষ্টতই, $\overrightarrow{E}$ এবং $\overrightarrow{I}$-এর অভিমুখের ভিতরে কোণ $\phi = \tan^{-1}\frac{\omega L}{R}$ হওয়া প্রয়োজন, এবং $\overrightarrow{I}$ পশ্চাদ্‌বর্তী। $\overrightarrow{I}$ এবং $\overrightarrow{I}R$-এর দিক অবশ্যই এক ; কেবল মান আলাদা। ছবিতে $OD = \overrightarrow{I}R$। $\overrightarrow{I}$-এর অভিমুখ থেকে বামাবর্তে 90° ঘুরলে jI-র অভিমুখ পাওয়া যায়। ছবিতে $\overrightarrow{DA} = j\omega L\overrightarrow{I}$; এবং $\widehat{ODA} = 90°$।

এখন, $\overrightarrow{E} = \overrightarrow{I}R + j\omega L\overrightarrow{I}$, এবং $\tan\phi = \frac{\omega L}{R} = \frac{DA}{OD}$

[দিক্-চিত্রকে অনেক সময়ে দশা-চিত্রও বলা হয়।]

2.3. C-R বর্তনী

আগেকার আলোচনার সূত্রে, এক্ষেত্রে হবে

$$\overrightarrow{E} = R\overrightarrow{I} + \frac{\overrightarrow{I}}{j\omega C} = \left(R - j\frac{1}{\omega C}\right)\overrightarrow{I} \quad \cdots \quad \cdots \quad (2.2)$$

(এর পর থেকে তীর-চিহ্ন বর্জিত হবে, এবং বিশেষ প্রয়োজনের ক্ষেত্রে ছাড়া আর কখনও ব্যবহৃত হবে না।)

1.10-অনুচ্ছেদের প্রথমে তড়িচ্চালক বলের যে সমীকরণ আমরা পেয়েছিলাম : $e = Ri + \frac{Q}{C}$, তা'র সঙ্গে (2.2)-এর সামঞ্জস্য সহজেই দেখানো যায়।

ধরা যাক, $e = E_0 e^{j\omega t}$। সেক্ষেত্রে $i \sim I_0 e^{j\omega t}$, দশা-পার্থক্য বাদে।

এখন, যেহেতু $i=\frac{dQ}{dt}$, অতএব, $Q=\int idt=\frac{1}{j\omega}I_0\ e^{j\omega t}$

সুতরাং, $E_0\ e^{j\omega t}=RI_0\ e^{j\omega t}+\frac{1}{j\omega C}I_0\ e^{j\omega t}$, বা, $E_0=RI_0+\frac{I_0}{j\omega C}$

$\therefore\quad E=\left(R-\frac{j}{\omega C}\right)I$; সমীকরণ (2.2).

এই সমীকরণের সাহায্যে i বার করতে হ'লে I-এর পরিবর্তে i এবং E-এর পরিবর্তে e লিখতে হবে :

$$i=\frac{e}{\left(R-\frac{j}{\omega C}\right)}.\text{ ধরা যাক, }\quad e=E_0\, Im\, e^{j\omega t};$$

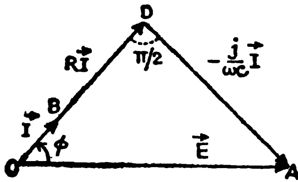
এবং মনে করা যাক, $R=A\cos\phi$, $\frac{1}{\omega C}=A\sin\phi$.

$$\therefore\quad i=\frac{E_0}{A}Im\,e^{j\omega t}.e^{j\phi}=\frac{E_0\sin(\omega t+\phi)}{\sqrt{R^2+\frac{1}{\omega^2C^2}}}$$; সমীকরণ (1.11)-র অনুরূপ।

সমীকরণ (2.2)-তে $\left(R-\frac{j}{\omega C}\right)=Z$, এই বর্তনীর সদিশ পরারোধ। এর কোন একক নেই। [2.1 এবং 2.2 অনুচ্ছেদের আলোচনা দ্রষ্টব্য।] এর মান, $|Z|$, স্পষ্টতই $\sqrt{Z^*Z}$, অর্থাৎ $\sqrt{R^2+\frac{1}{\omega^2C^2}}$।

অন্যান্য আলোচনা 1.10-অনুচ্ছেদের অনুরূপ।

দিক-চিত্র :



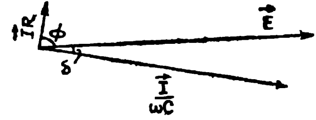
চিত্র 13 (ক)

(2.2)-সমীকরণের তিনটি সদিশ রাশির সম্পর্ককে চিত্রে দেখানো সম্ভব,—আগের অনুচ্ছেদের শেষে L-R বর্তনীর ক্ষেত্রে যেমন দেখানো হয়েছে। একই ধরনের আলোচনার পুনরাবৃত্তির দরকার নেই; 13-(ক) নং চিত্রে এই দিক-চিত্র দেখানো হ'ল। শুধু মনে রাখতে হবে, এক্ষেত্রে $\vec{DA}$ অভিমুখে $-j\vec{I}$ নির্দেশিত হচ্ছে; $j\vec{I}$-এর অভিমুখ এর বিপরীতমুখী হ'ত।

বলা বাহুল্য, $\tan\phi=\frac{DA}{OD}=\frac{\frac{1}{\omega C}I}{IR}=\frac{1}{\omega CR}$

[**একটি বিশেষ অবস্থা :** ধরা যাক, C-এর সঙ্গে যুক্ত রোধটি অত্যন্ত ছোট। (এই বিশেষ ক্ষেত্রের বাস্তব উপযোগিতা আমরা পরে বুঝবো।) যদি ধারকের জন্য ও রোধের জন্য বিভব-হ্রাস যথাক্রমে $\vec{I}/\omega C$ এবং $\vec{I}R$ হয়, তবে অবশ্যই $\vec{E}=\vec{I}/\omega C+\vec{I}R$ [অর্থাৎ, (2.2)-সমীকরণই j ব্যবহার না ক'রে লেখা হ'ল।]

R খুব ছোট হ'লে, $\vec{E}$ এবং $\vec{I}/\omega C$ (দিক ও মান) প্রায় একই; অর্থাৎ ঐ দুই সদিশ রাশির মধ্যের কোণটি (δ) অত্যন্ত ছোট। [চিত্র 13-(খ)] $\vec{I}$ ও $\vec{E}$-র মধ্যের কোণটি যথারীতি ϕ, এবং $\tan\phi=1/\omega CR$।



চিত্র 13 (খ)

(আঁকার সুবিধার জন্য $\vec{I}R$-এর দৈর্ঘ্য এবং δ-কোণকে বড় ক'রে দেখানো হয়েছে।)

তাহ'লে $\tan\delta=\tan(\pi/2-\phi)=\cot\phi=\omega CR$; এবং যেহেতু δ খুব ছোট, শক্তি-সূচক $=\cos\phi=\cos(\pi/2-\delta)=\sin\delta\cong\tan\delta=\omega CR$।]

2.4. L-C-R বর্তনী

2.1—2.3 অনুচ্ছেদের আলোচনার সূত্রে তড়িচ্চালক বলের সমীকরণটি আমরা সহজেই লিখতে পারি :

$$E=\left(R+j\omega L-\frac{j}{\omega C}\right)I \quad \cdots \quad \cdots \quad (2\ 3)$$

(1.12)-সমীকরণের সঙ্গে এই সমীকরণের সামঞ্জস্য অনায়াসেই দেখানো যায়। একই ধরনের আলোচনার পুনরাবৃত্তি নিষ্প্রয়োজন। এখানেও

$Z=\left(R+j\omega L-\dfrac{j}{\omega C}\right)$ বর্তনীর সদিশ পরারোধ ; এবং এককবিহীন রাশি।

এর মান, $|Z|=\sqrt{R^2+\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C}\right)^2}$, (1.15)-র অনুরূপ।

(2.3)-সমীকরণ থেকে i-এর মান বার করা হয় আগের দু'টি অনুচ্ছেদের কৌশলেই :

$$i=\frac{e}{R+j\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)}.$$ ধরা যাক, $C=E_0\ Im\ e^{j\omega t}$,

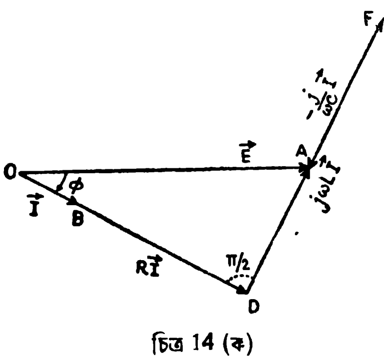
এবং $\left\{\begin{array}{l} R=A\cos\phi \\ \omega L-\dfrac{1}{\omega C}=A\sin\phi \end{array}\right.$

$$\therefore \quad i=\frac{E_0 \sin (\omega t-\phi)}{\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}} \text{ এবং } \tan \phi=\frac{\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)}{R}.$$

(1 14) সমীকরণ দ্রষ্টব্য। পরবর্তী আলোচনা 1.11 অনুচ্ছেদের আলোচনার অনুরূপ।

দিক-চিত্র :

এক্ষেত্রেও দিক-চিত্র আঁকার পদ্ধতি একই রকম; কিন্তু, এবারে জটিলতা কিছু বেশী। প্রথমত, এক্ষেত্রে সমীকরণ (2.3) অনুসারে চারটি সদিশ রাশি $\vec{E}$, $\vec{RI}$, $j\omega L\vec{I}$ এবং $-\frac{j}{\omega C}\vec{I}$-এর সম্পর্ক চিত্রে দেখাতে হবে। উপরন্তু, শেষ দু'টি রাশির মানের উপর নির্ভর ক'রে ϕ ধনাত্মক বা ঋণাত্মক যে কোনটাই হওয়া সম্ভব। ফলে, দু'টি দিক-চিত্র আঁকতে পারা যাবে,—একটি ক্ষেত্রে প্রবাহ পশ্চাতবর্তী এবং অন্য ক্ষেত্রে অগ্রবর্তী।



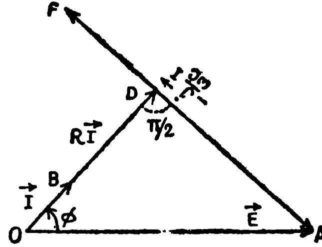
চিত্র 14 (ক)

প্রথমে ধরা যাক, $\omega L>(\omega C)^{-1}$; অর্থাৎ—প্রবাহ পশ্চাতবর্তী। 14-(ক) চিত্রে এই অবস্থা দেখানো হয়েছে। $\vec{OA}$-র দিক এবং মান $\vec{E}$-র দিক এবং মান নির্দেশ করে। $\vec{OB}=\vec{I}$ এবং $\vec{OD}=\vec{IR}$, $\widehat{AOD}=\phi$। $\vec{OD}$-র অভিমুখ থেকে 90° বামাবর্তে ঘুরলে $j\vec{I}$-র অভিমুখ পাওয়া যায়। অতএব, ধরা যাক, $\vec{DF}=j\omega L\vec{I}$; এবং $DF=\omega LI$। $-j\vec{I}$-র অভিমুখ $j\vec{I}$-এর অভিমুখের বিপরীত। ফলে, অবশ্যই $\vec{FA}=-\frac{j}{\omega C}\vec{I}$; অর্থাৎ, $FA=\frac{I}{\omega C}$।

অতএব, $\vec{DA}=j\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)\vec{I}$,

যা'র ফলে, $\vec{E}=R\vec{I}+j\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)\vec{I}$.

স্পষ্টতই, $\tan\phi = \frac{DA}{OD} = \frac{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)I}{IR} = \frac{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{R}$.



চিত্র 14 (খ)

যদি $\omega L < (\omega C)^{-1}$ হয়, তবে $\phi < 0$, অর্থাৎ প্রবাহ অগ্রবর্তী। (সমীকরণ 1.14 দ্রষ্টব্য।) 14-(খ) চিত্রে এই অবস্থা দেখানো হয়েছে। ব্যাখ্যা ঠিক আগের মতোই, এবং পাঠকের জন্য রাখা হ'ল। এক্ষেত্রে $\overrightarrow{FA} = -\frac{j}{\omega C}\vec{I}$ এবং $DF = j\omega L\,\vec{I}$।

2.5. L-C-R বর্তনীতে বিভিন্ন অনুনাদ

1.11-অনুচ্ছেদে *L-C-R* বর্তনীতে আমরা অনুনাদের সংজ্ঞা দিয়েছি সর্বাধিক প্রবাহের ভিত্তিতে। এই অনুনাদী বর্তনীকে 'অনুমোদক' বর্তনীও বলা হয়, কারণ—এই সময়ে বর্তনীটি সর্বাধিক প্রবাহ অনুমোদন করে। এই অনুনাদকে 'প্রবাহ অনুনাদ'ও বলা হয়, একথা আমরা আগেই বলেছি।

L-R-C বর্তনীতে 'প্রবাহ অনুনাদ' ছাড়াও অন্য ধরনের অনুনাদের ঘটনা সম্ভব। প্রথমে, বর্তনীর যে কোন দুই বিন্দুর ভিতরে বিভব-প্রভেদ কোন একটি চল-রাশির পরিবর্তনের সঙ্গে কীভাবে পরিবর্তিত হয়, তা' আমরা পরীক্ষা ক'রে দেখতে পারি। ধরা যাক, ধারক-এর দুই প্রান্ত-বিন্দুর বিভব-বৈষম্য, E_C, আমরা মাপতে চাই।

যেহেতু $E = I\left\{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2\right\}^{0.5}$, অতএব, $E_C = \frac{I}{\omega C}$-তে I-এর মান বসালে পাওয়া যায়

$$E_C = \frac{E}{\omega C\left\{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2\right\}^{0.5}}, \quad \text{বা, } E_C^2 = \frac{E^2}{R^2C^2\omega^2 + (\omega^2 LC - 1)^2}$$

এখন, E_0-র সর্বাধিক মানের ভিত্তিতে আমরা আর এক ধরনের 'অনুনাদ' কল্পনা করতে পারি। সর্বশেষ সমীকরণে ডান দিকের হর ন্যূনতম হ'লেই E_C সর্বাধিক হবে। কেবলমাত্র C-কে পরিবর্তনশীল রেখে কখন এই অবস্থা সৃষ্টি করা যায়, তাও সহজে নির্ণয় করা যেতে পারে। এই অনুনাদকে 'ভোল্টেজ অনুনাদ' বলা সঙ্গত। এই সময়ে C যদি C_0 হয়, তবে দেখানো যায়,

$$C_0 = \frac{L}{R^2+\omega^2L^2} \quad \cdots \quad \cdots \quad (2.4)$$

অতএব, এই অনুনাদের অবস্থাটি R-এর পরিবর্তনেও নষ্ট হয়ে যেতে পারে, প্রবাহ-অনুনাদের ক্ষেত্রে যা' হয় না। 'ভোল্টেজ অনুনাদের' সময়ে E_C যদি $(E_C)_0$ হয়, তবে দেখানো যায়

$$(E_C)_0 = \frac{E}{\cos\phi} \quad \cdots \quad \cdots \quad (2.5)$$

E_0 কিভাবে আরোপিত তড়িচ্চালক বলের কম্পাঙ্কর উপরে নির্ভর করে, তা' দেখা যাক। $\omega^2R^2C^2+(\omega^2LC-1)^2$-কে y দিয়ে চিহ্নিত করলে

$$\frac{dy}{d\omega} = 2\omega R^2C^2+2(\omega^2LC-1)2\omega LC=0,$$ যখন y উচ্চতম বা নিম্নতম।

সরল করলে পাওয়া যায়, $$\omega^2 = \frac{1}{LC}-\frac{R^2}{2L^2}. \quad \cdots \quad (2.6)$$

অতএব, ভোল্টেজ-অনুনাদের কম্পাঙ্ক হবে

$$f=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{R^2}{2L^2}} \quad \cdots \quad (2.7)$$

[দেখানো যায়, $\frac{d^2y}{d\omega^2}>0$; অর্থাৎ, (2.6) সমীকরণ y-এর নিম্নতম মানের শর্ত।]

(2.7) বা (2.6)-এর f বা ω-র মান-এ নতুনত্ব আছে : (1.17) সমীকরণে পাওয়া বর্তনীর স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক অথবা প্রবাহ-অনুনাদের কম্পাঙ্ক থেকে এটা আলাদা।

এই অনুচ্ছেদে এখন পর্যন্ত যে আলোচনা হ'ল, তা'র সঙ্গে পরবশ সরল দোল-গতির সাধারণ আলোচনার একটি চিত্তাকর্ষক তুলনা হতে পারে। এই অনুচ্ছেদের অবশিষ্ট অংশে আমরা এই তুলনামূলক আলোচনা করতে চাই।

পরবশ সরল দোল-গতি যদি ঈষৎ বাধাযুক্ত হয়, তবে এই গতির অবকল সমীকরণ $\frac{d^2x}{dt^2}+2b\frac{dx}{dt}+p^2x=f\sin\omega t$ আমাদের সুপরিচিত।

(1.11)-অনুচ্ছেদের পদ্ধতি অনুসারে ক্ষণিক সরণ x-এর মান সহজেই বা'র করা যায়; এবং এই মান

$$x=\frac{f\sin(\omega t-\phi)}{\sqrt{(p^2-\omega^2)^2+4b^2\omega^2}} \quad \cdots \quad (2.8)$$

যেখানে $\phi=\tan^{-1}\frac{2b\omega}{p^2-\omega^2}$.

এখন, দু'ধরনের 'অনুনাদ' কল্পনা করা যাক: একটি x-এর সর্বোচ্চ বিস্তারের ভিত্তিতে, এবং অন্যটি $\frac{dx}{dt}$-র সর্বোচ্চ মানের ভিত্তিতে। এদের আমরা যথাক্রমে 'বিস্তার অনুনাদ' এবং 'বেগ অনুনাদ' বলব।

প্রথমে ω-র সঙ্গে $\sqrt{(p^2-\omega^2)+4b^2\omega^2}$-র পরিবর্তনশীলতা পরীক্ষা করা যাক; কারণ, এই শেষোক্ত রাশি ($=\sqrt{y}$, ধরা যাক) সর্বনিম্ন মানের হ'লে তবেই বিস্তার সর্বাধিক হবে। এখন,

$\frac{dy}{d\omega}=2(p^2-\omega^2)(-2\omega)+8b^2\omega=0$, যখন y সর্বোচ্চ বা সর্বনিম্ন।

সরল করলে পাওয়া যায়, $\omega^2=p^2-2b^2$, $\cdots$ (2.9)

[দেখানো যায়, $\frac{dy^2}{d\omega^2}>0$, যখন $\omega^2=p^2-2b^2$]

আমাদের আলোচ্য L-C-R বর্তনীর তড়িচ্চালক বলের অবকল সমীকরণের রূপটি পরীক্ষা করলে দেখা যাচ্ছে,

$$2b=\frac{R}{L} \text{ এবং } p^2=\frac{1}{LC}$$

অতএব, সমীকরণ (2.9)-এর চেহারা দাঁড়াবে

$\omega^2=\frac{1}{LC}-\frac{R^2}{2L^2}$, যা' সমীকরণ (2.6)-এর অনুরূপ।

এই আলোচনা থেকে বলা যেতে পারে,—যে কোনো যান্ত্রিক কাঠামোর বিস্তার-অনুনাদ ও একটি L-C-R বর্তনীর ভোল্টেজ্-অনুভুনাদ পরস্পরের তুলনীয়।

এবারে বেগ অনুনাদের শর্ত বা'র করা যাক; অর্থাৎ, দেখা যাক কখন $\frac{dx}{dt}$ সর্বাধিক হবে। সমীকরণ (2 8)-এর সাহায্যে লেখা যায়,

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\omega f \cos(\omega t - \phi)}{\sqrt{(p^2 - \omega^2)^2 + 4b^2\omega^2}} = \frac{f \cos(\omega t - \phi)}{\sqrt{p^2\left(\frac{p}{\omega} - \frac{\omega}{p}\right)^2 + 4b^2}}$$

বলা বাহুল্য, $\frac{dx}{dt}$ যখন সর্বাধিক হবে, তখন $\frac{p}{\omega} = \frac{\omega}{p}$, অর্থাৎ, $p = \omega$।

L-C-R বর্তনীর সঙ্গে তুলনা করলে, $p = \frac{1}{\sqrt{LC}}$। অতএব, $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, যা' প্রবাহ-অনুনাদের সুপরিচিত শর্ত। অতএব, *L-C-R* বর্তনীর প্রবাহ-অনুনাদ কোন যান্ত্রিক কাঠামোর বেগ অনুনাদের সঙ্গে গাণিতিকভাবে তুলনীয়। কেবল তাত্ত্বিকতা ছাড়া এই তুলনামূলক আলোচনার অন্য কোন গুরুত্ব নেই।

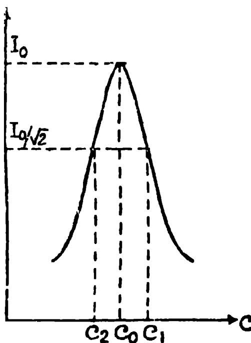
[প্রশ্ন : 1. সমীকরণ (2.4) এবং (2.5) প্রমাণ কর।

2. সমীকরণ (2.4) এবং (2.7) থেকে পাওয়া ω-র মানের ভিতরে সামঞ্জস্য আছে কি ?]

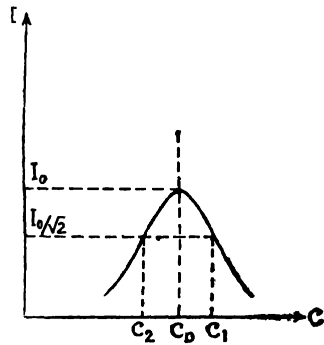
2.6. অনুমোদক-বর্তনীর নির্বাচন-গুণ

L-C-R বর্তনীর পক্ষে, আমরা জানি,

$$I^2 = \frac{E^2}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad \cdots \quad \cdot \cdot \quad (2.10)$$



(ক)



(খ)

চিত্র 15

C-এর পরিবর্তনের সঙ্গে *I*-এর পরিবর্তন একটি লেখ-চিত্রে দেখানো যায় [চিত্র 15-(ক)]। এই লেখ-চিত্র তত্ত্ব এবং প্রয়োগ—দু'দিক থেকেই মূল্যবান।

ধরা যাক, সর্বোচ্চ প্রবাহ (বর্গ-গড়-মূল) I_0, এবং সংশ্লিষ্ট C-এর মান C_0। এ অবস্থায়, বলা বাহুল্য, C-এর মান C_0 থেকে সরে গেলেই প্রবাহ I_0 থেকে নেমে যাবে; অর্থাৎ, অনুনাদের অবস্থা আর থাকবে না। C-এর মান C_0 থেকে সামান্য স'রে গেলেই যদি প্রবাহ I_0 থেকে অনেক কমে যায় (অর্থাৎ, অনুনাদ যদি একেবারে নষ্ট হয়ে যায়), তবে ঐ অনুনাদকে তীক্ষ্ণ অনুনাদ বলা চলে। বলা বাহুল্য, এ অবস্থায় $I-C$ লেখ-চিত্রের চূড়াটি খুব সরু হ'তে হয়। $I-C$ লেখ-চিত্রের চূড়াটি যদি ভোঁতা হয়, তাহ'লে C_0 থেকে সামান্য সরে গেলেও I_0-র খুব বেশী পরিবর্তন হয় না। অতএব অনুনাদ সম্পূর্ণ নষ্ট করতে হ'লে C-এর অনেকটা পরিবর্তন দরকার হয়। এই অবস্থায় অনুনাদটি 'অতীক্ষ্ণ'। [চিত্র 15-খ)] LC-R বর্তনীর $I-C$ লেখ-চিত্রকে তীক্ষ্ণ অনুনাদের অবস্থায় আনার অনেক উপায় আছে। বর্তনীর R-এর মান পরিবর্তন ক'রেও এই কাজ করা যায়।

এখন, ধরা যাক, একটি L-C-R বর্তনীতে C-এর মান C_0 করা আছে। তড়িচ্চালক বলের যে কম্পাঙ্ক এই অনুনাদের জন্য দায়ী হবে, মনে করা যাক তা' ω_0 (বস্তুত, যথার্থ কম্পাঙ্ক $\omega_0/2\pi$)। এখন যদি এই বর্তনীতে বহু কম্পাঙ্কের তড়িচ্চালক বল একই সঙ্গে প্রয়োগ করা যায়, তাহ'লে কেবলমাত্র $\omega=\omega_0$-র জন্যই বর্তনীটি উল্লেখযোগ্যভাবে সাড়া দেবে। যে সব কম্পাঙ্ক ω_0 থেকে সামান্যও আলাদা, সেগুলোর জন্যও বর্তনীতে উল্লেখযোগ্য প্রবাহ হবে না, যেহেতু বর্তনীটি তীক্ষ্ণ অনুনাদের অবস্থায় প্রস্তুত করা আছে। অর্থাৎ, বর্তনীর উপরে অনেক কম্পাঙ্কের বল কাজ করলেও বর্তনীটি একটি বিশেষ কম্পাঙ্ক নির্বাচন ক'রে নিয়ে সাড়া দিতে পারে। এই হ'ল অনুনাদী L-C-R বর্তনীর নির্বাচন-গুণ।

অতএব, আমরা দেখলাম—বর্তনীর অনুনাদ যত তীক্ষ্ণ, তা'র নির্বাচন-গুণও ততো সুস্পষ্ট। এখন, অনুনাদের তীক্ষ্ণতা সম্পর্কে আমরা গাণিতিক আলোচনা করছি। 15-(ক) নং $I-C$ লেখ-চিত্রটি আমরা ইতিমধ্যেই বুঝে নিয়েছি। এখন ধরা যাক, ধারকত্ব C_0 থেকে সামান্য কম বা বেশী হ'লে I_0 একটি নির্দিষ্ট অনুপাতে হ্রাস পায়। আলোচনার সুবিধের জন্য মনে করা যাক, I_0 ক'মে $I_0/\sqrt{2}$-তে এসে দাঁড়ায়। সংশ্লিষ্ট ধারকত্ব যথাক্রমে C_0 এবং C_1 (বা C_2), চিত্রে যেমন দেখানো হয়েছে। বলা বাহুল্য, অনুনাদ যতোই তীক্ষ্ণ হবে, (C_1-C_2)-র মান ততোই কম হবে; অর্থাৎ, C-এর স্বল্প হ্রাস-বৃদ্ধিতেই প্রবাহ I_0 থেকে $I_0/\sqrt{2}$-তে এসে দাঁড়াবে।

সুতরাং, $1/(C_1 - C_2)$-এই রাশিকে অনুনাদের তীক্ষ্ণতার একটি গাণিতিক পরিমাপ হিসাবে মেনে নেওয়া যেতে পারে। তীক্ষ্ণ অনুনাদের ক্ষেত্রে এই রাশির মান বড়ো হবে।

সমীকরণ-(2.10) থেকে পাওয়া যায়,

$$I^2 = \frac{E^2}{R^2} \cdot \frac{1}{\left\{1 + \frac{1}{R^2}\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2\right\}}$$

অনুনাদের সময়ে $|Z| = R$, সুতরাং $\frac{E}{R} = \left(\frac{E}{|Z|}\right)_o = I_o$। অতএব,

$$\frac{I_o^2}{I^2} - 1 = \frac{1}{R^2}\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2.$$

অনুনাদের সময়ে $\omega L = \omega_o L = 1/\omega_o C_o$, এবং শেষ সমীকরণের ডান-দিক 'শূন্য' হয়ে যায়। আমরা ωL-কে অনুনাদের অবস্থায় এবং $1/\omega C$-কে অনুনাদের খুব কাছাকাছি অবস্থায় বিবেচনা করলে লিখতে পারি,

$\omega L = 1/\omega_o C_o$ এবং $1/\omega C \cong 1/\omega_o C$, যেখানে C-এর মান C_o-র কাছাকাছি। এ অবস্থায় উল্লিখিত সমীকরণের ডান দিক 'শূন্য' হবে না। অতএব,

$$\frac{I_o^2}{I^2} - 1 = \frac{1}{R^2}\left(\frac{1}{\omega_o C_o} - \frac{1}{\omega_o C}\right)^2;$$

অর্থাৎ; ধারকত্ব যখন C, তখন বর্তনীর প্রবাহ I। C-এর মান যদি C_1 বা C_2 হয়, তাহ'লে $I = I_o/\sqrt{2}$। সুতরাং উপরের সমীকরণে একবার $C = C_1$ ও একবার $C = C_2$ লিখলে পাওয়া যায় :

$$R = \left(\frac{1}{\omega_o C_o} - \frac{1}{\omega_o C_1}\right) = \left(\frac{1}{\omega_o C_2} - \frac{1}{\omega_o C_o}\right)$$

[15 নং চিত্র অনুসারে, $C_1 > C_o > C_2$। সেই হিসাবে R-কে ধনাত্মক রাখা হ'ল।]

বা, $$\omega_o R = \frac{C_1 - C_o}{C_o C_1} = \frac{C_o - C_2}{C_o C_2}.$$

মোটামুটিভাবে লেখা যায়, $C_1 C_o \cong C_2 C_o \cong C_o^2$. অতএব,

$$\frac{C_1 - C_2}{2C_o^2} = \omega_o R, \quad \text{বা,} \quad \frac{2C_o}{C_1 - C_2} = \frac{1}{\omega_o C_o R} = \frac{\omega_o L}{R} \qquad \cdots \quad (2.11)$$

$2C_0$ একটি ধ্রুব-রাশি। অতএব, $\dfrac{2C_0}{C_1 - C_2}$ অনুনাদের তীক্ষ্ণতার একটি গাণিতিক পরিমাপ। $\dfrac{\omega_0 L}{R}$-কে সংক্ষেপে Q দিয়ে চিহ্নিত করা হয়। Q-কে Q-গুণাঙ্ক, নির্বাচন-গুণাঙ্ক ইত্যাদি বলা হয়। Q-কে 'বিবর্ধন'ও বলা চলে; কারণ, Q হ'ল ধারকের দুই প্রান্তের ভোল্টেজ এবং সম্পূর্ণ বর্তনীর ভোল্টেজের অনুপাত (অনুনাদী অবস্থায়):

$$\frac{\frac{I}{\omega_0 C_0}}{IR} = \frac{1}{\omega_0 C_0 R} = \frac{\omega_0 L}{R} = Q,$$

এবং Q-র মান 1-এর চেয়ে অনেক বড়ো। উদাহরণ: ধরা যাক, একটি L-C-R বর্তনীতে $R = 10\Omega$, $L = 400\mu H$ এবং $C = 0{\cdot}001\mu F$। অতএব,

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \cong 1{\cdot}6 \times 10^6/\text{sec.}$$

সুতরাং, $Q = \dfrac{\omega_0 L}{R} \cong 64$; প্রযুক্ত ভোল্টেজের চেয়ে অনেক গুণ বেশী।

(অতএব, অনুনাদী L-C-R বর্তনী আরোহী সঞ্চারকের* কাজ করে।)

[**প্রশ্ন:** $I - \omega$ লেখ-চিত্রে (চিত্র 10-খ) চূড়ার প্রশস্ততা, $\Delta\omega$, এমনভাবে নির্ধারিত হ'ল, যা'তে $\omega_0 \pm \frac{1}{2}\Delta\omega$-র জন্য প্রবাহ $I_0/\sqrt{2}$ হয়। প্রমাণ কর $Q = \dfrac{\omega_0}{\Delta\omega}$.]

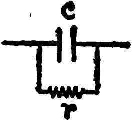
2.7. L-C-R বর্তনীতে অশুদ্ধ ধারক

L-C-R বর্তনী সম্পর্কে এতক্ষণ পর্যন্ত আমরা যত আলোচনা করেছি, তা'তে ধ'রে নেওয়া হয়েছে—ধারকটি বিশুদ্ধ। অর্থাৎ, ধারকের দু'ই পাতে সঞ্চিত আধান যথাযথভাবে ধরা থাকে। কিন্তু, কার্যত কোন ধারকই একেবারে বিশুদ্ধ হয় না। দুই পাতের অন্তবর্তী মাধ্যমের পরিবাহিতা যতোই কম হোক, সঞ্চিত আধানের কিছুটা অংশ ঐ মাধ্যমের ভিতর দিয়ে প্রবাহিত হয়ে যাবেই।

এই ঘটনাকে গাণিতিক রূপ দিতে হ'লে আমরা বিশুদ্ধ একটি ধারকের সঙ্গে সমান্তরালভাবে যোজিত একটি উচ্চ রোধ কল্পনা করব। ধারকটি বিশুদ্ধ হ'লেও

* 'সঞ্চারক'-এর বিষয়ে পরবর্তী পরিচ্ছেদে আলোচনা করা হবে।

কিছুটা আধান ঐ রোধের মধ্য দিয়ে প্রবাহিত হ'তে থাকবে। ফলে, এই সম্পূর্ণ সজ্জাটি একটি অশুদ্ধ ধারকের তুল্য হয়ে দাঁড়াবে। সম্পূর্ণ L-C-R বর্তনীটি বিবেচনার আগে কেবল একটি অশুদ্ধ ধারকের দুই প্রান্তে $e=E_0 \sin \omega t$ এই তড়িচ্চালক বল প্রয়োগ করলে কী হয় দেখা যাক (চিত্র 16-ক)। বর্তনীর সদিশ পরারোধ যদি Z হয়, তবে অবশ্যই,



চিত্র 16(ক)

$$\frac{1}{Z}=\frac{1}{r}+j\omega C, \quad \text{অতএব,} \quad Z=\frac{1}{\frac{1}{r}+j\omega C}$$

$$\text{অথবা,} \quad Z=\frac{\frac{1}{r}-j\omega C}{\frac{1}{r^2}+\omega^2 C^2}=\frac{r-j\omega Cr^2}{1+\omega^2 C^2 r^2} \quad \cdots \quad (2.12)$$

অতএব, ক্ষণিক প্রবাহ

$$i=\frac{e}{Z}=\frac{E_0 \, Im \, e^{j\omega t}}{\left(\frac{r-j\omega Cr^2}{1+\omega^2 C^2 r^2}\right)}=\frac{(1+\omega^2 C^2 r^2)E_0 \, Im \, e^{j\omega t}}{\sqrt{r^2+\omega^2 C^2 r^4}.e^{-j\phi}}.$$

এখানে $r=A \cos \phi$ এবং $\omega Cr^2=A \sin \phi$ ধরা হয়েছে

$$\text{সুতরাং,} \; i=\frac{(1+\omega^2 C^2 r^2)E_0}{r\sqrt{1+\omega^2 C^2 r^2}} \sin(\omega t+\phi)$$

$$=\frac{\sqrt{1+\omega^2 C^2 r^2}}{r} E_0 \sin(\omega t+\phi),$$

যেখানে $\tan \phi=\omega Cr.$

শক্তি-সূচক, $\cos \phi=\frac{r}{A}=\frac{1}{\sqrt{1+\omega^2 C^2 r^2}}$

আমরা জানি, বিশুদ্ধ ধারকের জন্য $\phi=\frac{\pi}{2}$, অর্থাৎ $\cos \phi=0$। ধারকটি সামান্য অশুদ্ধ হলে $\cos \phi>0$ হবে বটে, কিন্তু 1-এর চেয়ে অনেক কম হবে সন্দেহ নেই। অর্থাৎ,

$$\frac{1}{\sqrt{1+\omega^2 C^2 r^2}} \ll 1 \; ; \quad \text{সুতরাং} \quad \omega Cr \gg 1.$$

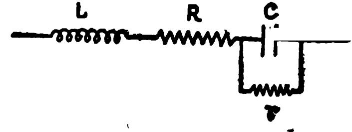
অতএব, (2.12) সমীকরণে $Z \cong \frac{r-j\omega Cr^2}{\omega^2C^2r^2} = \frac{1}{\omega^2C^2r} - j\frac{1}{\omega C}$ ... (2.13)

এইবার সম্পূর্ণ L-C-R বর্তনীটি আমরা বিবেচনা করতে পারি (চিত্র 16-খ)। বলা বাহুল্য, এ অবস্থায় সদিশ পরারোধ হবে

$$Z \cong R + j\omega L + \frac{1}{\omega^2C^2r} - \frac{j}{\omega C}$$

$$= \left(R + \frac{1}{\omega^2C^2r}\right) + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right).$$

... (2.14)



চিত্র 16(খ)

আমরা জানি, অনুনাদের সময়ে বর্তনীর পরিরোধ হবে 'শূন্য', এবং $|Z|$ = 'বিশুদ্ধ রোধ' হবে। সুতরাং, অনুনাদী কম্পাঙ্ক এক্ষেত্রেও আগের মতোই $\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ থাকছে, যদিও এক্ষেত্রে কম্পাঙ্কের এই মান নিখুঁত নয়; কারণ, Z-এর (2.14) সমীকরণের মানটিও একেবারে নিখুঁত নয়। তবে, $\omega Cr \gg 1$ এই সরলকারক শর্তের যথেষ্ট বাস্তব মূল্য আছে ; তাই এই আলোচনারও মূল্য যথেষ্ট। ধারকটি অশুদ্ধ হবার দরুন বর্তনীতে I_0-র মান অবশ্য আগের চেয়ে কমে গেল, যেহেতু রোধ R-এর চেয়ে বেড়ে গেল। এক্ষেত্রে বিবর্ধন, Q-র মান, $\frac{\omega_0L}{R}$-এর পরিবর্তে হবে,

$$\frac{\omega_0L}{\left(R + \frac{1}{\omega_0^2C^2r}\right)}, \text{ অথবা, } \frac{1}{Q} = \frac{R}{\omega_0L} + \frac{1}{\omega_0Cr} \quad \left[\because \ \omega_0L = \frac{1}{\omega_0C}\right]$$

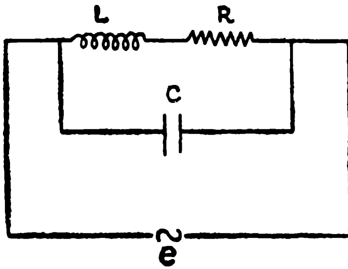
......(2.15)

বাস্তবে, একটি ভালো ধারকের ক্ষেত্রে $\omega_0Cr > 10^3$ হয়ে থাকে, এবং এই মান কুণ্ডলীর $\frac{\omega_0L}{R}$-এর চেয়ে প্রায়শই অন্তত দশগুণ বড়ো হয় বলে (2.15) সমীকরণে $\frac{1}{\omega_0Cr}$ পরিত্যক্ত হয়। ধারকের অশুদ্ধি বেশী হ'লে অবশ্য আলাদা কথা।

2.8. 'সমান্তরাল' অনুনাদ

এখন যে বর্তনীটি আলোচনার বিষয় হবে, তাতে একটি রোধযুক্ত কুণ্ডলীর (অর্থাৎ, L-R-এর) সঙ্গে একটি বিশুদ্ধ ধারক সমান্তরালভাবে বসানো আছে ;

এবং এই সম্পূর্ণ সজ্জাটির দুই প্রান্তে $e=E_0 \sin \omega t$—এই তড়িচ্চালক বল প্রয়োগ করা হচ্ছে (চিত্র 17)।



চিত্র 17

বলা বাহুল্য, L-R অংশের সদিশ পরাবোধ $Z_1=R+j\omega L$, এবং C-র $Z_2=0+\frac{1}{j\omega C}=\frac{1}{j\omega C}$.

সম্পূর্ণ সজ্জার সদিশ পরাবোধ Z হ'লে, $\frac{1}{Z}=\frac{1}{Z_1}+\frac{1}{Z_2}$

$$\therefore \quad Z^{-1}=\frac{(1-\omega^2 LC)+j\omega CR}{R+j\omega L}$$

এবং $$Z=\frac{(R+j\omega L)\{(1-\omega^2 LC)-j\omega CR\}}{\{(1-\omega^2 LC)+j\omega CR\}\{(1-\omega^2 LC)-j\omega CR\}}$$

বা, $$Z=\frac{R}{(1-\omega^2 LC)^2+\omega^2 C^2 R^2}+j\omega\frac{\{L(1-\omega^2 LC)-R^2 C\}}{(1-\omega^2 LC)^2+\omega^2 C^2 R^2} \qquad \cdots\cdots(2.16)$$

$$=R'+j\omega L',$$ ধরা যাক।

অতএব, সম্পূর্ণ বর্তনীটিকে একটি L-R বর্তনীর সঙ্গে গাণিতিকভাবে তুলনা করা সম্ভব হ'ল।

বলা বাহুল্য, $|Z| = \sqrt{R'^2+\omega^2 L'^2}$

সুতরাং, $$Z^2=R'^2+\omega^2 L'^2=\frac{R^2+\omega^2[L(1-\omega^2 LC)-R^2 C]^2}{[(1-\omega^2 CL)^2+\omega^2 C^2 R^2]^2}$$

বা, $$Z^2[(1-\omega^2 CL)^2+\omega^2 C^2 R^2]^2$$
$$=R^2+\omega^2[L(1-\omega^2 LC)-R^2 C]^2$$

এই সমীকরণের ডান দিকের পদগুলোর পুনর্বিন্যাস করে লেখা যায়

$$(R^2+\omega^2 L^2)[(1-\omega^2 CL)^2+\omega^2 C^2 R^2]$$

সংশ্লিষ্ট বীজগাণিতিক গণনা পাঠকের জন্য রাখা হ'ল।

ফলে, $$|Z| = \left\{\frac{R^2+\omega^2 L^2}{(1-\omega^2 LC)^2+\omega^2 C^2 R^2}\right\}^{\frac{1}{2}} \qquad \cdot(2.17)$$

ক্ষণিক প্রবাহ, $i=\frac{e}{Z}$, L-R বর্তনীর সঙ্গে তুলনা করলে [অনুচ্ছেদ 1.9],

$$i=\frac{E_0[(1-\omega^2LC)^2+\omega^2C^2R^2]^{\frac{1}{2}}}{(R^2+\omega^2L^2)^{\frac{1}{2}}}\sin(\omega t-\phi) \quad \cdots \quad (2.18)$$

যেখানে $\phi=\tan^{-1}\frac{\omega L'}{R'}$,

অর্থাৎ $$\phi=\tan^{-1}\left\{\frac{\omega[L(1-\omega^2LC)-R^2C]}{R}\right\} \quad \cdots \quad (2.19)$$

এই বর্তনীতে অনুনাদের সংজ্ঞা দেওয়া হয় প্রবাহ এবং তড়িচ্চালক বলের সমদশার ভিত্তিতে; অর্থাৎ, $\phi=0$-র ভিত্তিতে। সমীকরণ (2.19)-থেকে সহজেই দেখা যাবে, $\phi=0$-র শর্ত

$$\left.\begin{aligned} L(1-\omega^2LC)&=R^2C \\ \text{বা, } \frac{L}{C}&=R^2+\omega^2L^2 \end{aligned}\right\} \quad \cdots \quad (2.20)$$

(2.16) সমীকরণে j-র সহগ 'শূন্য' ধরেও এই শর্ত বা'র করা যেত। অনুনাদের সময়ে $\omega=\omega_0$ ধরলে (2.20) সমীকরণ থেকে পাওয়া যায়,

$$\omega_0=\sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{R^2}{L^2}} \quad \cdots \quad \cdots \quad (2.21)$$

শ্রেণী অনুনাদ এবং বর্তমানের আলোচিত অনুনাদের পার্থক্য বোঝাতে শেষোক্ত অনুনাদকে 'সমান্তরাল অনুনাদ' বলা হয়, যেহেতু বর্তনীতে L-R এবং C সমান্তরাল সজ্জায় আছে। অনেক সময়ে এই অনুনাদকে 'প্রতি-অনুনাদ'ও বলা হয়ে থাকে।

এখন দেখা যাক, অনুনাদের সময়ে এই বর্তনীর $|Z|$-এর মান কত হয়। আমরা আগেই দেখেছি, অনুনাদের সময়ে (2.16) সমীকরণে

$$Z=\frac{R}{(1-\omega^2LC)^2+\omega^2C^2R^2}=\text{বাস্তব রাশি}=|Z|.$$

$$\therefore\ |Z|=\frac{R}{\left(\frac{R^2C}{L}\right)^2+\left(\frac{1}{LC}-\frac{R^2}{L^2}\right)C^2R^2}$$

[সমীকরণ (2.20) ও (2.21) অনুসারে।]

$$\frac{L}{CR}$$

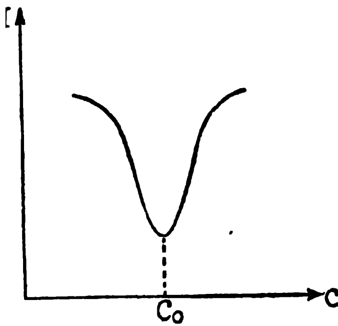
অনুনাদের সময়ে $|Z|$-কে $|Z|_0$ দিয়ে চিহ্নিত করলে,

$$|Z|_0=\frac{L}{CR} \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad (2.22)$$

C, L বা ω-র সঙ্গে $|Z|$ কিভাবে পরিবর্তিত হয় তা' পরীক্ষা করা যেতে পারে। ধরা যাক, L এবং ω অপরিবর্তিত আছে, এবং C পরিবর্তনীয়। সেক্ষেত্রে, (2.17)-সমীকরণ থেকে,

$$\frac{d|Z|}{dC}=(R^2+\omega^2L^2)^{\frac{1}{2}}.[-\tfrac{1}{2}].[(1-\omega^2LC)^2$$

$$+\omega^2C^2R^2]^{-\frac{3}{2}}.[2(1-\omega^2LC)(-\omega^2L)+2\omega^2CR^2].$$



চিত্র 18

$|Z|$-এর মান যখন সর্বোচ্চ বা সর্বনিম্ন, তখন $\frac{d|Z|}{dC}=0$।

সেক্ষেত্রে, $(1-\omega^2LC)\omega^2L$
$=\omega^2CR^2$

বা, $L(1-\omega^2LC)=R^2C,$

যা' সমীকরণ (2.20) ছাড়া কিছুই নয়।

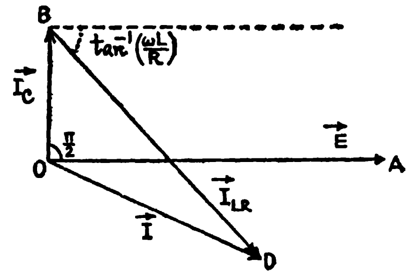
দেখানো যায়, $\frac{d^2|Z|}{dC^2}<0$ হবে ; অর্থাৎ, সংশ্লিষ্ট $|Z|$ হবে সর্বোচ্চ মানের। অর্থাৎ, অনুনাদের সময়ে $|Z|$ হবে সর্বাধিক। ফলে, প্রবাহ হবে সবচেয়ে কম। এই কারণে 'সমান্তরাল' অনুনাদী বর্তনীকে 'বর্জক বর্তনী' (rejector circuit)-ও বলা হয়। চিত্র 18 দ্রষ্টব্য।

দিক-চিত্র :

পূর্বালোচিত কয়েকটি বর্তনীর ক্ষেত্রে যে ভাবে আমরা দিক-চিত্র গঠন করেছিলাম, বর্তমান ক্ষেত্রেও তা' সম্ভব। এক্ষেত্রে সরবরাহকারী তড়িচ্চালক বল, $\vec{E}$, স্বতন্ত্রভাবে L-R এবং C-র উপরে কাজ করছে ; যেহেতু L-R এবং C সমান্তরাল সমবায়ে আছে। L-R-এর ভিতর দিয়ে প্রবাহ $\vec{I}_{LR}$ এবং C-এর ক্ষেত্রে প্রবাহ $\vec{I}_C$ হ'লে, মূল প্রবাহ $\vec{I}$ অবশ্যই $\vec{I}_{LR}$ এবং $\vec{I}_C$-র

যোগফল। অতএব, $\vec{I_0}+\vec{I_{LR}}=\vec{I}$। সুতরাং, আমাদের পরিকল্পিত দিক-চিত্রে এই সম্পর্কটি দেখাতে হবে। উপরন্তু, $\vec{E}$-এর সঙ্গে ঐ তিনটি সদিশ রাশির স্বতন্ত্র সম্পর্কও মনে রাখা দরকার।

ধরা যাক, $\vec{OA}$-র দিক এবং দৈর্ঘ্য $\vec{E}$ এর দিক এবং মান নির্দেশ করে (চিত্র 19)। একটি বর্তনীতে কেবল C আছে। সুতরাং, এক্ষেত্রে প্রবাহ, $\vec{I_0}$, $\vec{E}$ থেকে 90° এগিয়ে থাকবে। চিত্রে $\vec{OB}=\vec{I_0}$। ধরা যাক, মূল প্রবাহ, $\vec{I}$, $\vec{E}$ থেকে ϕ-কোণে পিছিয়ে আছে; এবং $\vec{OD}=\vec{I}$। সেক্ষেত্রে $\vec{BD}$ নিশ্চয়ই $\vec{I_{LR}}$, যা'র ফলে BOD ত্রিভুজে $\vec{OB}+\vec{BD}=\vec{OD}$ হ'তে পারে। $\vec{E}$ তড়িচ্চালক বল স্বতন্ত্রভাবে L-R-এর উপরেও কাজ করছে, এবং L-R বর্তনীতে $\vec{I_{LR}}$ অবশ্যই $\vec{E}$ থেকে $\tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right)$ কোণে পিছিয়ে থাকবে। BF রেখা OE-র সমান্তরাল; অতএব, BD এবং BF-এর ভিতরের কোণও হবে $\tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right)$।



চিত্র 19

মন্তব্য: 1. সমীকরণ (2.18)-তে বর্তনীর ক্ষণিক প্রবাহ দেখানো হয়েছে। কোন্ শর্ত পূরণ করলে এই প্রবাহের বিস্তার R-নিরপেক্ষ হবে, তা' বা'র করা যেতে পারে। বলা বাহুল্য, প্রবাহের বিস্তার,

$$E_0\left\{\frac{(1-\omega^2LC)^2+\omega^2C^2R^2}{R^2+\omega^2L^2}\right\}^{\frac{1}{2}}=E_0y^{\frac{1}{2}},\text{ ধরা যাক।}$$

অতএব, $$\frac{dy}{dR}=2\omega^2C^2R.(R^2+\omega^2L^2)^{-1}-(R^2+\omega^2L^2)^{-2}.$$

$$2R[(1-\omega^2LC)^2+\omega^2C^2R^2]$$

$=0$, যদি y সত্যিই R-এর উপরে নির্ভর না করে।

সেক্ষেত্রে, $\omega^2C^2(R^2+\omega^2L^2)=(1-\omega^2LC)^2+\omega^2C^2R^2$।

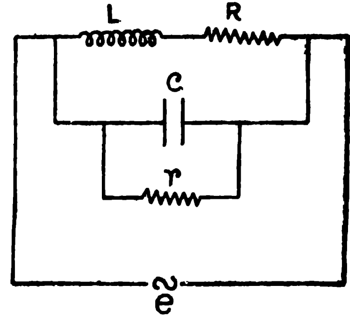
বিভিন্ন বর্তনীতে পরিবর্তী তড়িচ্চালক বল $e = E_0 \sin \omega t$ বা $E_0 \cos \omega t$ প্রয়োগের বিভিন্ন ফলাফল।

বর্তনী সংগঠন	অনুচ্ছেদ দ্রষ্টব্য	Z	|Z|	ϕ-এর মান, যদি $i = I_0 \sin(\omega t - \phi)$ বা $i = I_0 \cos(\omega t - \phi)$ হয়
R	1.6	R	R	0
L	1.6; 2.1	$j\omega L$	ωL	$\pi/2$
C	1.6; 2.1	$\frac{1}{j\omega C}$ বা $-\frac{j}{\omega C}$	$\frac{1}{\omega C}$	$-\pi/2$
L R	1.9; 2.2	$R + j\omega L$	$\sqrt{R^2+\omega^2 L^2}$	$\tan^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right)$
C R	1.10; 2.3	$R + \frac{1}{j\omega C}$ বা $R - \frac{j}{\omega C}$	$\sqrt{R^2+\frac{1}{\omega^2 C^2}}$	$-\tan^{-1}\left(\frac{1}{\omega CR}\right)$
L C R	1.11; 2.4	$R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$	$\sqrt{R^2+\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$	$\tan^{-1}\left\{\frac{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{R}\right\}$
C, r (সমান্তরাল)	2.7	$\frac{r(1-j\omega CR)}{(1+\omega^2C^2r^2)} \overset{*}{\simeq} \frac{1}{\omega^2C^2r} - \frac{j}{\omega C}$	$r/\sqrt{1+\omega^2C^2r^2}$	$-\tan^{-1}(\omega Cr)$
L R, (C, r সমান্তরাল)	do	$R + j\omega L + \frac{r(1-j\omega Cr)}{(1+\omega^2C^2r^2)}$ $\overset{*}{\simeq} \left(R+\frac{1}{\omega^2C^2r}\right) + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$	$\left\{\left(R+\frac{1}{\omega^2C^2r}\right)^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2\right\}^{\frac{1}{2}}$ *	$\tan^{-1}\left\{\frac{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{\left(R+\frac{1}{\omega^2C^2r}\right)}\right\}$ *
L R (শ্রেণি), C সমান্তরাল	2.8	$\frac{R + j\omega\{L(1-\omega^2LC) - R^2C\}}{(1-\omega^2LC)^2 + \omega^2C^2R^2}$	$\left\{\frac{R^2+\omega^2L^2}{(1-\omega^2LC)^2+\omega^2C^2R^2}\right\}^{\frac{1}{2}}$	$\tan^{-1}\left\{\frac{\omega[L(1-\omega^2LC) - R^2C]}{R}\right\}$
		* যখন $\omega Cr >> 1$		

অথবা, $\omega^4 C^2 L^2 = (1-\omega^2 LC)^2$ ।

অর্থাৎ, $2\omega^2 LC = 1$; এটাই নির্ণেয় শর্ত।

2. 2.8-অনুচ্ছেদে যে বর্তনীটি আমরা আলোচনা করেছি, সেখানে C-এর বিশুদ্ধতা কল্পনা ক'রে নেওয়া হয়েছে। C যদি বিশুদ্ধ না হয়, তবে 2.7-অনুচ্ছেদের মতো C-এর সমান্তরালে একটি উচ্চ রোধ যুক্ত রয়েছে ব'লে মনে করতে হবে। বর্তনীটি 20 নং চিত্রে দেখানো হ'ল। গাণিতিক জটিলতার জন্য এই বর্তনী সম্পর্কে আমরা সবিস্তার আলোচনা করতে চাই না। তবে, সহজেই দেখানো যায় যে—সমান্তরালে r-রোধের সংযুক্তি অনুনাদী কম্পাঙ্কের কোনো পরিবর্তন ঘটাবে না। বর্তনীর সদিশ পরারোধ যদি Z হয়, তবে স্পষ্টতই



চিত্র 20

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{R+j\omega L} + j\omega C + \frac{1}{r} = \frac{R-j\omega L}{R^2+\omega^2 L^2} + j\omega C + \frac{1}{r} \text{ ।}$$

কিন্তু $\frac{1}{Z}$ = সদিশ পরাগম্যতা (বা ব্যাপ্ত-গম্যতা) = ¥, ধরা যাক। অতএব,

$$\text{¥} = \left\{\frac{R}{R^2+\omega^2 L^2} + \frac{1}{r}\right\} - j\omega\left\{\frac{L}{R^2+\omega^2 L^2} - C\right\}$$

$= R' - j\omega L'$, মনে করা হ'ল।

সুতরাং, $Z = \frac{1}{R'-j\omega L'} = \frac{R'+j\omega L'}{R'^2+\omega^2 L'^2} = R'' + j\omega L''$, ধরা যাক।

আমরা আগেই লক্ষ করেছি, অনুনাদের সময়ে—অর্থাৎ, $\phi = 0$ হ'লে—

$L'' = 0$ হবে। L'' 'শূন্য' হ'লে $L' = 0$ হবে। এর অর্থ :

$\frac{L}{R^2+\omega^2 L^2} - C = 0$ হবে ; অর্থাৎ, $\omega^2 = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2} = \omega^2_0$ হবে

এই মান (2.21)-এর অনুরূপ, এবং r-এর উপরে নির্ভরশীল নয়।

অনুনাদের সময়ে যেহেতু $L' = 0$, অতএব, $\text{¥} = R' = |\text{¥}|$, গম্যতা।

বলা বাহুল্য, $|Y| = \left\{\frac{R}{R^2+\omega^2L^2}+\frac{1}{r}\right\} = \frac{R}{L/C}+\frac{1}{r}$

[অনুনাদের শর্তানুসারে।]

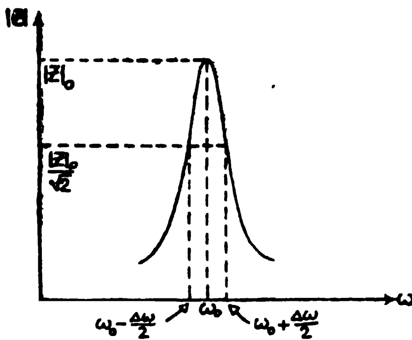
$$= \frac{RC}{L}+\frac{1}{r}\left(>\frac{RC}{L}\right).$$

অতএব, ধারকের অশুদ্ধতায় এই অনুনাদী বর্তনীর গম্যতা বাড়ে, অর্থাৎ— কার্যকর রোধ কমে।

[2.8-অনুচ্ছেদে, $|Y| = \frac{1}{|Z|} = \frac{RC}{L}$ (অনুনাদের সময়ে।)]

2.9. 'বর্জক' বর্তনীর নির্বাচন-গুণ

'সমান্তরাল' অনুনাদী বর্তনীতে ব্যাপ্ত-রোধ বা পরারোধ হয় সর্বাধিক, এটা আমরা আগেই লক্ষ করেছি। $|Z|$-এর মান অনুনাদী মান $|Z|_0$ থেকে কম হ'লে অনুনাদটি নষ্ট হয়ে যায়। 21 নং চিত্রে আমরা $|Z|-\omega$ লেখ-চিত্রে দেখিয়েছি যে, অনুনাদী কম্পাঙ্কে $|Z|$-এর মান সর্বাধিক। 2.6-অনুচ্ছেদের প্রাথমিক আলোচনার আদর্শে এক্ষেত্রেও আমরা অনুনাদের তীক্ষ্ণতার একটা গাণিতিক পরিমাপ করতে পারি। ω-র মান যদি ω_0 থেকে সামান্য কম বা বেশী হ'লেই $|Z|$-এর মান $|Z|_0$ থেকে অনেক নেমে যায়, তবে অনুনাদকে তীক্ষ্ণ বলা যায়; এবং, অনুনাদ তীক্ষ্ণ না হ'লে, ω-র অনেকটা পরিবর্তনের প্রয়োজন হয়। অতএব, তীক্ষ্ণ অনুনাদের ক্ষেত্রে $|Z|$-ω লেখ-চিত্রের চূড়াটি সরু বা অপ্রশস্ত হবে। ধরা যাক, ω-র মান ω_0 থেকে $\omega_0 \pm \frac{1}{2}\Delta\omega$ হ'লে $|Z|_0$ কমে গিয়ে $|Z_0|/\sqrt{2}$ হয়। বলা বাহুল্য, $\Delta\omega$ কম হ'লেই অনুনাদ তীক্ষ্ণ হবে। সুতরাং, অনুনাদের তীক্ষ্ণতার পরিমাপ হিসাবে আমরা $(\omega_0/\Delta\omega)$ রাশিটি বিবেচনা করতে পারি। এই রাশিকে *Q*-গুণাঙ্ক বা নির্বাচন-গুণাঙ্ক বলা হয়।



চিত্র 21

আমরা জানি,

$$|Z| = \left[\frac{R^2+\omega^2L^2}{(1-\omega^2LC)^2+\omega^2C^2R^2}\right]^{\frac{1}{2}}$$ [সমীকরণ (2.17)]

বাস্তব ক্ষেত্রে R খুবই ছোট হয় ; ফলে $R^2+\omega^2L^2 \cong \omega^2L^2$ লেখা চলে। কিন্তু, সমীকরণ (2.21) অনুসারে, $R \to 0$ হ'লে $\omega_0^2 \to \frac{1}{LC}$ হয়। অর্থাৎ, অনুনাদের সময়ে $(1-\omega^2LC) \to 0$ হয়ে দাঁড়ায়। অনুনাদের কাছাকাছি অবস্থায় $(1-\omega^2LC)$-র মান সুতরাং খুবই কম। এই অবস্থায় $(1-\omega^2LC)$-র তুলনায় ωCR-কে অগ্রাহ্য করা যায় না। অতএব অনুনাদের নিকট অবস্থায়

$$|Z|_{R\to 0} \cong \frac{\omega L}{\sqrt{(1-\omega^2LC)^2+\omega^2C^2R^2}}$$; এবং, উপরন্তু, ωL ও $\omega^2C^2R^2$-কে যথাক্রমে প্রায় ω_0L ও $\omega_0^2C^2R^2$ লেখা যায় ; কিন্তু $(1-\omega^2LC)$-তে $\omega=\omega_0$ বসানো যাবে না, কারণ—তা'হলে রাশিটি 'শূন্য' হয়ে যায়। সুতরাং, আমরা পেলাম :

$$|Z|_{R\to 0} \cong \frac{\omega_0 L}{\sqrt{(1-\omega^2LC)^2+\omega_0^2C^2R^2}}$$

আমরা জানি, $|Z|_0 = \frac{L}{CR}$; এবং $\omega=\omega_0 \pm \Delta\omega$-র ক্ষেত্রে

$$|Z| = \frac{|Z_0|}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{L}{CR}.$$

$$\therefore \quad \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{L}{CR} = \frac{\omega_0 L}{[\{1-LC(\omega_0 \pm \frac{1}{2}\Delta\omega)^2\}^2+\omega_0^2C^2R^2]^{\frac{1}{2}}}$$

বা, $2\omega_0^2C^2R^2 = \{1-LC(\omega_0 \pm \frac{1}{2}\Delta\omega)^2\}^2+\omega_0^2C^2R^2$

বা, $\omega_0CR = 1-\frac{1}{\omega_0^2}(\omega_0 \pm \frac{1}{2}\Delta\omega)^2 \quad \left[\text{যেহেতু } LC=\frac{1}{\omega_0^2}\right]$

$$\cong 1-\frac{\omega_0}{\omega_0^2}(\omega_0 \pm \Delta\omega) = 1-\left(1 \pm \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right) = \mp\frac{\Delta\omega}{\omega_0}$$

$$\therefore \quad \left|\frac{\omega_0}{\Delta\omega}\right| = Q = \frac{1}{\omega_0CR} = \frac{\sqrt{LC}}{CR} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

অতএব, অনুনাদের তীক্ষ্ণতা R-এর ব্যস্তানুপাতিক। এই সিদ্ধান্ত অনুমোদক বর্তনীর পক্ষেও সত্য। [অনুচ্ছেদ 2.6 দ্রষ্টব্য।]

লক্ষণীয় : $|Z_0| = \frac{L}{CR} = \left(\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}\right)^2 .R = Q^2.R.$

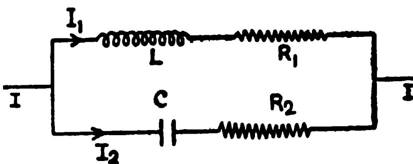
2.10. 'সমান্তরাল'-বর্তনীর সমস্যা সমাধানের সাধারণ পদ্ধতি

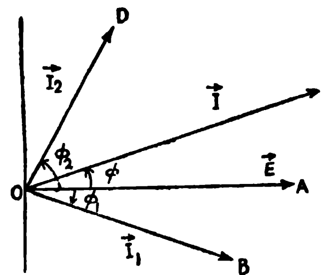
পরিবর্তী বিদ্যুৎবাহী একটি বর্তনীর একাংশে যদি সমান্তরাল সজ্জায় দু'টি শাখায় L, C ও R-এর এক বা একাধিক রাশি উপস্থিত থাকে [চিত্র 22 (ক)-তে একটি নমুনা দেখানো হ'য়েছে।], তবে এই অনুচ্ছেদের আলোচিত পদ্ধতিতে সংশ্লিষ্ট অনেক ধরনের গাণিতিক সমস্যার সমাধান হ'তে পারে। অবশ্য, সব বাস্তব ক্ষেত্রে এতখানি কেতাদুরস্ত পদ্ধতির প্রয়োজন না-ও থাকতে পারে।

22 (ক) নং ছবিতে দেখানো বর্তনীর মূল প্রবাহ I এবং দু'টি শাখার প্রবাহ যথাক্রমে I_1 ও I_2 ধরা যাক। বলা বাহুল্য, L-R এবং C-R বর্তনী দু'টি স্বতন্ত্রভাবে বিবেচনা করলে,

$$I_1 = \frac{E_0 \sin(\omega t - \phi_1)}{\sqrt{R_1^2 + \omega^2 L^2}}, \text{ যেখানে } \phi_1 = \tan^{-1}\frac{\omega L}{R_1}$$

$$\text{এবং } I_2 = \frac{E_0 \sin(\omega t + \phi_2)}{\sqrt{R_2^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}}, \text{ যেখানে } \phi_2 = \tan^{-1}\frac{1}{\omega C R_2}$$





(ক) চিত্র 22 (খ)

(সরবরাহকারী তড়িচ্চালক বলটি $e = E_0 \sin \omega t$।)

I_1 এবং I_2-র সদিশ যোগফলে I হয়। অর্থাৎ $\vec{I_1} + \vec{I_2} = \vec{I}$

একটি দিক-চিত্রে $\vec{E}$, $\vec{I_1}$ এবং $\vec{I_2}$ সহজেই দেখানো যেতে পারে। $\vec{OA}$ যদি $\vec{E}$-র দিক এবং মান নির্দেশ করে, তবে $\vec{OB}$ এবং $\vec{OD}$ যথাক্রমে $\vec{I_1}$ এবং $\vec{I_2}$ নির্দেশ করবে [চিত্র 22 (খ)]। $\vec{OB}$ $\vec{OA}$ থেকে ϕ_1-কোণে পিছিয়ে আছে, এবং $\vec{OD}$ ϕ_2-কোণে এগিয়ে গিয়েছে। এখন $\vec{I_2}$ এবং $\vec{I_1}$-এর দুটি উপাংশ বা'র করা হ'ল ; একটি $\vec{OA}$-র অভিমুখে, এবং অন্যটি এর লম্ব অভিমুখে। $\vec{I_1}$ এবং $\vec{I_2}$-র লব্ধি $\vec{I}$-এরও $\vec{E}$-র সঙ্গে একটি নির্দিষ্ট সম্পর্ক আছে, যা এখনও অজ্ঞাত। $\vec{I}$ নিশ্চয়ই $\vec{E}$ থেকে এগিয়ে যেতে পারে, অথবা পিছিয়েও পড়তে পারে। ধ'রে নেওয়া যাক, $\vec{I}$ $\vec{E}$ থেকে ϕ-কোণে এগিয়েই আছে। সেক্ষেত্রে $\vec{OA}$ অভিমুখে $\vec{I}$-এর উপাংশ $I\cos\phi$ হবে পূর্বোক্ত দু'টি প্রবাহের $\vec{OA}$-মুখী উপাংশের যোগফলের সমান। অর্থাৎ,

$$I\cos\phi = I_1\cos\phi_1 + I_2\cos\phi_2.$$

অনুরূপভাবে, $I\sin\phi = I_2\sin\phi_2 - I_1\sin\phi_1$.

সুতরাং, $I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + 2I_1I_2(\cos\phi_1.\cos\phi_2 - \sin\phi_1.\sin\phi_2)}$

$$\left.\begin{aligned} \text{বা,}\quad I &= \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + 2I_1I_2\cos(\phi_1+\phi_2)} \\ \text{এবং}\quad \phi &= \tan^{-1}\frac{I_2\sin\phi_2 - I_1\sin\phi_1}{I_2\cos\phi_2 + I_1\cos\phi_1} \end{aligned}\right\} \quad \cdots \quad (2.23)$$

যেহেতু $\tan\phi_1 = \dfrac{\omega L}{R_1}$, অতএব, L-R শাখার শক্তি-সূচক

$$\left.\begin{aligned} \cos\phi_1 &= \frac{R_1}{\sqrt{R_1^2+\omega^2L^2}} = \frac{R_1}{|Z_1|} \\ &\text{অনুরূপভাবে,} \\ \cos\phi_2 &= \frac{R_2}{\sqrt{R_2^2+\dfrac{1}{\omega^2C^2}}} = \frac{R_2}{|Z_2|} \end{aligned}\right\} \quad \cdots \quad (2.24)$$

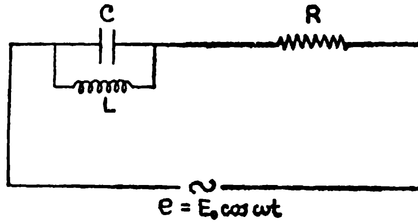
সমস্যা 5 : C ধারকত্ববিশিষ্ট একটি ধারক এবং L স্ব-আবেশ ও নগণ্য রোধবিশিষ্ট একটি কুণ্ডলী সমান্তরালভাবে যুক্ত আছে। এই সমবায়ের সঙ্গে শ্রেণীসজ্জায় R-রোধ যুক্ত আছে। এই সম্পূর্ণ সজ্জাটিতে তড়িচ্চালক বল $e = E_0 \cos\omega t$ প্রয়োগ করা হ'ল। প্রমাণ কর, পরিবর্তী প্রবাহ হবে

$$\frac{E_0(1-\omega^2LC)\cos(\omega t - \phi)}{\sqrt{(1-\omega^2LC)^2R^2+\omega^2L^2}}, \text{ যেখানে } \phi = \tan^{-1}\left\{\frac{\omega L}{R(1-\omega^2LC)}\right\}$$

[Problem 5 : A condenser of capacitance C is shunted by a coil of self-inductance L and negligible resistance. In series with this combination is a resistor, R, and the whole is fed from an a. c. supply, $e = E_0 \cos \omega t$. Prove that the alternating current in the circuit is

$$\frac{E_0(1-\omega^2 LC)\cos(\omega t-\phi)}{\sqrt{(1-\omega^2 LC)^2 R^2+\omega^2 L^2}}, \text{ where } \phi=\tan^{-1}\left\{\frac{\omega L}{R(1-\omega^2 LC)}\right\}]$$

সমাধান :



চিত্র 23(ক)

C ও L-এর সমান্তরাল সমবায়ের সদিশ পরাবোধ যদি Z' হয়, তবে

$$\frac{1}{Z'}=\frac{1}{j\omega L}+j\omega C=\frac{1-\omega^2 LC}{j\omega L}$$ (চিত্র 23-(ক) দ্রষ্টব্য ।)

বর্তনীর মোট সদিশ পরাবোধ Z হ'লে, $Z = Z' + R$,

অর্থাৎ, $$Z = R+\frac{j\omega L}{1-\omega^2 LC}$$

এখন, ক্ষণিক প্রবাহ, $$i=\frac{e}{Z}=\frac{E_0 \, Re \, e^{j\omega t}}{\left(R+\frac{j\omega L}{1-\omega^2 LC}\right)}$$

যথারীতি, $R = A\cos\phi$ এবং

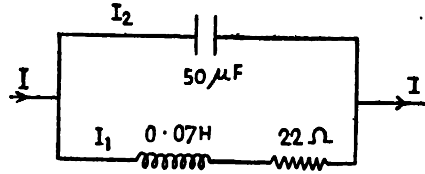
$$\frac{\omega L}{(1-\omega^2 LC)}=A\sin\phi$$ বসিয়ে অগ্রসর হ'লেই পাওয়া যাবে :

$$i=\frac{E_0 \, Re \, e^{j(\omega t-\phi)}}{\sqrt{R^2+\frac{\omega^2 L^2}{(1-\omega^2 LC)^2}}}$$ = প্রদত্ত রাশি ;

যেখানে $$\tan\phi=\frac{\omega L}{R(1-\omega^2 LC)}$$

সমস্যা 6 : 50 μF ধারকত্বের একটি ধারক 0·07H স্ব-আবেশের একটি কুণ্ডলী এবং 22Ω রোধের একটি শ্রেণী-সজ্জার সঙ্গে সমান্তরালভাবে যুক্ত আছে। এই সম্পূর্ণ সমবায়টির উপরে 200 $\sqrt{2}$ ভোল্ট্ এবং 50 Hz-এর একটি সাইনীয় তড়িচ্চালক বল কাজ করে। বর্তনীর মূল প্রবাহ কত হবে ?

[**Problem 6 : A 50 μF capacitor is connected in parallel with a series combination of a 0·07 H-coil and a 22Ω-resistance. The entire assembly is fed with a sinusoidal emf of 200 $\sqrt{2}$ V & 50 Hz. Find the main current in the circuit.]**



চিত্র 23 (খ)

সমাধান : প্রথমেই মনে রাখা দরকার, এক্ষেত্রে কুণ্ডলীর রোধ নগণ্য ব'লে মনে করতে হবে। (বর্তনীটি 23 (খ) চিত্রে দেখানো হ'ল।)

এক্ষেত্রে 2·10-অনুচ্ছেদে আলোচিত পদ্ধতি অনুসরণ করা চলে। বর্তমান সমস্যায়

$$I_1=\frac{200\sqrt{2}}{\sqrt{(22)^2+(0{\cdot}07)^2(2\pi\times 50)^2}} \text{ [যেহেতু, } \omega=2\pi\times 50 \text{]}$$

$$\cong\frac{200\sqrt{2}}{\sqrt{(22)^2+(22)^2}} \text{ [বস্তুত, } (0{\cdot}07)^2\times(2\pi\times 50)^2=490 \text{ হয় ;}$$

এবং $(22)^2=484$]

$$=\frac{200}{22}\,A=9{\cdot}09\,A$$

$$\cos\phi_1=\frac{R}{|Z_1|}=\frac{22}{22\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\cos 45^\circ$$

অর্থাৎ, $\phi_1=45^\circ$

$$I_2=\frac{200\sqrt{2}}{\sqrt{O+\dfrac{1}{(2\pi\times 50)^2\times(5\times 10^{-5})^2}}}$$

$$=200\sqrt{2}\times 2\pi\times 50\times 5\times 10^{-5}\,A$$

$$=\pi\sqrt{2}\,A\cong 4{\cdot}44\,A$$

$$\cos\phi_2=\frac{R_2}{|Z_2|}=\frac{O}{|Z_2|}=O\,;\text{ অর্থাৎ, } \phi_2=\frac{\pi}{2}.$$

মূল প্রবাহ যদি I হয়, তবে

$$I_1 \cos \phi_1 + I_2 \cos \phi_2 = \frac{9{\cdot}09}{\sqrt{2}} + 0 = I \cos \phi,$$

ϕ যদি মূল প্রবাহ এবং E-র ভিতরে দশা পার্থক্য হয়।

আবার, $I_1 \sin \phi_1 - I_2 \sin \phi_2 = \frac{9{\cdot}09}{\sqrt{2}} - 4{\cdot}44 \times 1 = I \sin \phi.$

[এক্ষেত্রে ধ'রে নেওয়া হ'ল, I E-থেকে পিছিয়ে আছে। বাস্তবিক I যদি অগ্রবর্তী হয়, তবে ϕ-এর মান ঋণাত্মক হবে। আমরা অবশ্য ϕ বা'র করছি না।]

$$\therefore \quad I^2 = \left(\frac{9{\cdot}09}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left\{\frac{9{\cdot}09}{\sqrt{2}} - 4{\cdot}44\right\}^2$$

$$= (6{\cdot}38)^2 + (1{\cdot}94)^2 = 40{\cdot}7 + 3{\cdot}8 = 44{\cdot}5$$

$$\therefore \quad I = 6{\cdot}67A.$$

[আরও গাণিতিক সমস্যা পঞ্চম অধ্যায়ের পরে আলোচিত হবে।

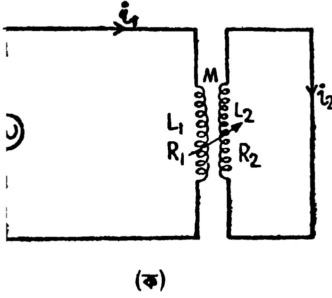
দ্বিতীয় পরিচ্ছেদে প্রথম ব্যবহৃত পারিভাষিক শব্দের তালিকা
(প্রথম ব্যবহারের ক্রম অনুসারে)

সদিশ রাশি	—vector
বামাবর্ত/দক্ষিণাবর্ত	—anticlockwise/clockwise
সদিশ পরারোধ বা ব্যাপ্ত রোধ	—vector impedance
দিক-চিত্র	—vector diagram
অনুমোদক বর্তনী	—acceptor circuit
বিস্তার অনুনাদ	—amplitude resonance
বেগ অনুনাদ	—velocity resonance
নির্বাচন-গুণ	—selectivity
তীক্ষ্ণ অনুনাদ	—sharp resonance
বিবর্ধন	—magnification
অশুদ্ধ ধারক	—imperfect condenser
'সমান্তরাল' অনুনাদ	—'parallel' resonance
প্রতি-অনুনাদ	—anti-resonance
বর্জক বর্তনী	—rejector circuit
সদিশ পরাগম্যতা বা ব্যাপ্ত-গম্যতা	—vector admittance

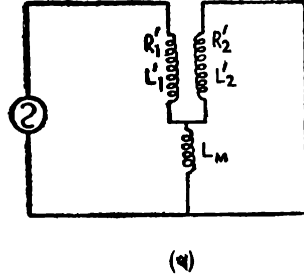
পরিচ্ছেদ 3

যুগ্ম বর্তনী

3.1. দু'টি L-R বর্তনীর আবেশী সংযোগ



(ক)



(খ)

চিত্র 24

আলোচ্য যুগ্ম বর্তনীটি 24(ক) নং চিত্রে দেখানো হ'ল*। আলোচনার সুবিধের জন্য আমরা ধ'রে নিচ্ছি—কুণ্ডলী দুটির ভিতরে কোনো চৌম্বক পদার্থ নেই। অর্থাৎ, কুণ্ডলীদু'টি বায়ুগর্ভ। যে বর্তনীতে তড়িচ্চালক বলের সাক্ষাৎ উৎস আছে, তা'কে মুখ্য বর্তনী, এবং সংলগ্ন যে বর্তনীতে তা' নেই—তা'কে গৌণ বর্তনী বলা হয়। এক্ষেত্রে মুখ্য বর্তনীতে যখন পরিবর্তী প্রবাহ ঘটবে, তখন মুখ্য বর্তনীর কুণ্ডলীর সঙ্গে জড়িত চৌম্বক বল-ক্ষেত্রেরও নিরন্তর পরিবর্তন হ'তে থাকবে। গৌণ বর্তনীর কুণ্ডলীও যেহেতু এই বল-ক্ষেত্রের ভিতরেই আছে, অতএব—এই কুণ্ডলীর সঙ্গে জড়িত চৌম্বক বল-রেখার সংখ্যারও নিরন্তর পরিবর্তন হ'তে থাকবে। তড়িৎ-চুম্বকীয় আবেশের নিয়ম অনুসারে এর ফলে গৌণ বর্তনীতে একটি আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল তৈরী হবে, এবং ফলে একটি প্রবাহ তৈরী হবে। বলা বাহুল্য, এই তড়িচ্চালক বল এবং প্রবাহও পরিবর্তী। এই প্রবাহের ফলে গৌণ বর্তনীর কুণ্ডলীর সঙ্গে জড়িত যে চৌম্বক বল-ক্ষেত্র তৈরী হবে, মুখ্য বর্তনীর কুণ্ডলীও সেই বল-ক্ষেত্রে অবস্থান করে। সুতরাং গৌণ

* সঠিকভাবে বলতে গেলে, এই সংযোগকে চুম্বকীয় সংযোগই বলা উচিত। প্রকৃত আবেশী সংযোগ চিত্র 24 (খ)-তে দেখানো হয়েছে। কিন্তু, চিত্র 24-(ক)-এর সংযোগকেই 'আবেশী' সংযোগ বলা প্রচলিত রীতি। আমরা এই রীতি অনুসরণ করলাম। অনুচ্ছেদ 3.3 সম্পর্কেও এই মন্তব্য প্রযোজ্য।

বর্তনীর প্রবাহের জন্যও আবার মুখ্য বর্তনীতে একটি আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল তৈরী হবে, এবং মুখ্য বর্তনীর প্রবাহমাত্রার কিছু পরিবর্তন হবে।

আগেকার দু'টি পরিচ্ছেদের আলোচনা এবং অতীত অধ্যয়নের সূত্রে এখন আমরা এই দু'টি বর্তনীর তড়িচ্চালক বলের সমীকরণ সহজেই লিখতে পারি। মুখ্য বর্তনীর ক্ষেত্রে, প্রদত্ত তড়িচ্চালক বল যদি $e=E_0 \sin \omega t$ হয়, তবে

$$e-L_1\frac{di_1}{dt}-M\frac{di_2}{dt}=R_1 i_1$$

[i_1 ও i_2 যথাক্রমে মুখ্য ও গৌণ বর্তনীর তাৎক্ষণিক প্রবাহ]

অর্থাৎ, $E_0 \, Im \, e^{j\omega t}=L_1\frac{di_1}{dt}+M\frac{di_2}{dt}+R_1 i_1$ ।

কিন্তু, অবকল সমীকরণ না লিখে এখন আমরা একবারেই লিখতে পারি

$$E=(R_1+j\omega L_1)I_1+j\omega MI_2 \quad \cdots \quad \cdots \quad (3.1)$$

[যুক্তি 2.2 এবং 2.3 অনুচ্ছেদের প্রাথমিক আলোচনার অনুরূপ।]

যেখানে E, I_1 এবং I_2 বর্গ-গড়-মূল মান নির্দেশ করে। তেমনি, গৌণ বর্তনীর ক্ষেত্রেও,

$$0=(R_2+j\omega L_2)I_2+j\omega MI_1 \text{*} \quad \cdots \quad \cdots \quad (3.2)$$

এই দু'টি সমীকরণকে লেখা যায় যথাক্রমে,

$$E=Z_1I_1+j\omega MI_2 \quad \cdots \quad \cdots \quad (3.3)$$

এবং $\quad 0=Z_2I_2+j\omega MI_1 \quad \cdots \quad \cdots \quad (3.4)$

Z_1 এবং Z_2 যথাক্রমে মুখ্য ও গৌণ বর্তনীর সদিশ পরারোধ। শেষ দু'টি সমীকরণ থেকে পাওয়া যায়,

$$E=Z_1I_1+j\omega M\left(-\frac{j\omega MI_1}{Z_2}\right)=Z_1I_1+\frac{\omega^2M^2}{Z_2}I_1$$

* বলা বাহুল্য, প্রাসঙ্গিক অবকল সমীকরণটি এক্ষেত্রে হবে

$$0=L_2\frac{di_2}{dt}+M\frac{di_1}{dt}+R_2 i_2.$$

এই অবকল সমীকরণ এবং পূর্ববর্তী অবকল সমীকরণ থেকে সহজেই (3.1) এবং (3.2) পাওয়া যায়: ধ'রে নিতে হবে $i_1 \sim (I_1)_0 \exp j\omega t$ এবং $i_2 \sim (I_2)_0 \exp j\omega t$, দশা-পদ বাদ দিয়ে। এর ফলে পাওয়া যাচ্ছে:

$$E_0=(R_1+j\omega L_1)(I_1)_0+j\omega M(I_2)_0$$
$$0=(R_2+j\omega L_2)(I_2)_0+j\omega M(I_1)_0$$

$\sqrt{2}$ দিয়ে দু'টি সমীকরণকেই ভাগ দিলে (3.1) এবং (3.2) হয়।

অর্থাৎ, $$I_1=\frac{E}{Z_1+\frac{\omega^2M^2}{Z_2}} \quad \cdots \quad \cdots \quad (3.5)$$

অতএব, $$Z_1+\frac{\omega^2M^2}{Z_2}=Z'_1,$$

[Z'_1, ধরা যাক, মুখ্য বর্তনীর কার্যকর সদিশ পরারোধ।]

এখন, $$Z'_1=R_1+j\omega L_1+\frac{\omega^2M^2(R_2-j\omega L_2)}{R_2{}^2+\omega^2L_2{}^2}$$

বা, $$Z'_1=\left\{R_1+\frac{\omega^2M^2R_2}{R_2{}^2+\omega^2L_2{}^2}\right\}+j\omega\left\{L_1-\frac{\omega^2M^2L_2}{R_2{}^2+\omega^2L_2{}^2}\right\}$$

$$=R'_1+j\omega L'_1, \text{ ধরা যাক।} \quad \cdots \quad \cdots \quad (3.6)$$

R'_1 এবং L'_1-কে মুখ্য বর্তনীর যথাক্রমে কার্যকর রোধ এবং কার্যকর স্ব-আবেশ বলা যেতে পারে। দেখা যাচ্ছে, গৌণ বর্তনীর যোজনার ফলে মুখ্য বর্তনীর রোধ বৃদ্ধি এবং স্ব-আবেশ হ্রাস পেল। যে রাশির জন্য মুখ্য বর্তনীর রোধ বৃদ্ধি পেল, অর্থাৎ $\omega^2M^2R_2/(R_2{}^2+\omega^2L_2{}^2)$, তা'তে মুখ্য বর্তনীর রোধ বা স্ব-আবেশ উপস্থিত নেই। বরং, গৌণ বর্তনীর রাশিগুলি উপস্থিত আছে। অতএব, মনে করা যায়, এই পরিমাণের রোধ গৌণ বর্তনী থেকে মুখ্য বর্তনীতে প্রতিফলিত হয়েছে। এই কারণে,

$\frac{\omega^2M^2R_2}{R_2{}^2+\omega^2L_2{}^2}$-কে 'রোধের প্রতিফলিত মান' বলা হয়। অনুরূপ কারণে

$\frac{\omega^2L_2M^2}{R_2{}^2+\omega^2L_2{}^2}$-কে 'আবেশের প্রতিফলিত মান' বলা হয়।

সহজেই দেখানো যায়—প্রতিফলিত রোধের মান সর্বাধিক হবে, যদি $R_2=\omega L_2$ হয়। (এর প্রমাণ পাঠকের জন্য রাখা হ'ল।)

এখন আমরা i_1 ও i_2, অর্থাৎ — মুখ্য ও গৌণ বর্তনীর ক্ষণিক প্রবাহ, বা'র করব। (3·5) ও (3·6) সমীকরণ থেকে পাই

$$I_1=\frac{E}{Z'_1}=\frac{E}{R'_1+j\omega L'_1}$$

সুতরাং, ক্ষণিক প্রবাহ

$$i_1 = \frac{e}{R_1' + j\omega L_1'} = \frac{E_0 \, Im \, e^{j\omega t}}{\sqrt{R_1'^2 + \omega^2 L_1'^2} \, . \, e^{j\phi}}$$

$$= \frac{E_0 \sin(\omega t - \phi)}{\sqrt{R_1'^2 + \omega^2 L_1'^2}} \quad \cdots \quad (3{\cdot}7)$$

যেখানে $\phi = \tan^{-1}\left(\frac{\omega L_1'}{R_1'}\right)$

$$\text{বা,} \quad \phi = \tan^{-1}\left\{\frac{\omega\left(L_1 - \frac{\omega^2 M^2 L_2}{R_2^2 + \omega^2 L_2^2}\right)}{\left(R_1 + \frac{\omega^2 M^2 R_2}{R_2^2 + \omega^2 L_2^2}\right)}\right\} \quad \cdots \quad (3.8)$$

(3·7) সমীকরণের 'হর'কেও এইভাবে সম্পূর্ণ আকারে লেখা চলে।

i_2 নির্ণয়ের জন্য (3.4) সমীকরণ ব্যবহার করা সুবিধাজনক। এখান থেকে লেখা যায় :

$$I_2 = -\frac{j\omega M}{Z_2} I_1 \, ; \quad \text{অতএব,} \quad i_2 = -\frac{j\omega M}{Z_2} i_1 \, ..$$

আমরা জানি, $-j = \cos\frac{\pi}{2} - j\sin\frac{\pi}{2} = e^{-j\pi/2}$

এবং $\frac{1}{R_2 + j\omega L_2} = \frac{e^{-j\theta}}{\sqrt{R_2^2 + \omega^2 L_2^2}}$, যেখানে $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\omega L_2}{R_2}\right)$

$$\text{অতএব,} \quad i_2 = \frac{\omega M E_0 \sin\left[\omega t - \phi - (\pi/2 + \theta)\right]}{\sqrt{R_1'^2 + \omega^2 L_1'^2} \sqrt{R_2^2 + \omega^2 L_2^2}} \quad \cdots \quad \cdots \quad (3{\cdot}9)$$

মন্তব্য : 1. উল্লিখিত গাণিতিক আলোচনা কেবল তখনই যথার্থ, যখন কুণ্ডলী দু'টি বায়ুগর্ভ। লৌহ-গর্ভ কুণ্ডলীর ক্ষেত্রে এই আলোচনা সাধারণভাবে প্রযোজ্য নয়, কারণ—এক্ষেত্রে M ধ্রুবক নয়। তবে, ভোল্টেজ্ এবং কম্পাঙ্ক স্থির থাকলে লোহার চৌম্বক প্রবেশ্যতা প্রায় ধ্রুব রাশি হিসাবে গণ্য হ'তে পারে। সেক্ষেত্রে, লৌহ-গর্ভ কুণ্ডলীর আবেশী সংযোগের ক্ষেত্রেও উল্লিখিত আলোচনা মোটামুটিভাবে গ্রহণযোগ্য।

2. উল্লিখিত আলোচনায় L_1 এবং L_2-কে যথাক্রমে মুখ্য ও গৌণ বর্তনীর পূর্ণ স্ব-আবেশ হিসাবে ধরা হয়েছে। অর্থাৎ, যে চৌম্বক বল-রেখা কেবল মুখ্য

বর্তনীর সঙ্গেই যুক্ত, এবং মুখ্য বর্তনীর যে সমস্ত বল-রেখা মুখ্য ও গৌণ দুই বর্তনীতে একই সঙ্গে যুক্ত,—এ সবই L_1-এর অন্তর্ভুক্ত। L_2-র ক্ষেত্রেও এই একই রকম ধারণা করা হয়েছে। কিন্তু, বস্তুত, যুগ্ম বর্তনীর ক্ষেত্রে দু'টি পূর্ণ স্ব-আবেশ L_1 ও L_2-কে এভাবে আলাদা করা যায় না। এই বিষয়টি এখানে বিস্তৃত করা হচ্ছে না; তবে, (3.1) এবং (3.2) সমীকরণের বাঞ্ছিততর রূপ দু'টি এখানে লেখা যেতে পারে। যে চৌম্বক বল-রেখাগুলি কেবল মুখ্য বর্তনীর সঙ্গে যুক্ত, তাদের জন্য স্ব-আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল হবে $j\omega L_1 I_1$। গৌণ বর্তনীতে I_2-প্রবাহের পরিবর্তনের জন্য মুখ্য বর্তনীতে আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল হবে $j\omega MI_2$। তা'ছাড়াও মুখ্য বর্তনীর যে বল-রেখাগুলি দুই বর্তনীর সঙ্গেই জড়িত, তাদের জন্য I_1-এর পরিবর্তনের ফলে মুখ্য বর্তনীতে আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল হবে $j\omega\left(\frac{n_1}{n_2}\right) MI_1$, যেখানে n_1 এবং n_2 যথাক্রমে মুখ্য ও গৌণ বর্তনীর কুণ্ডলীর পাকের সংখ্যা। অতএব, (3.1) সমীকরণের পরিবর্তে লেখা উচিত

$$E=\left\{R_1+j\omega L_1+j\omega\left(\frac{n_1}{n_2}\right)M\right\}I_1+j\omega MI_2$$

একইভাবে, (3.2) সমীকরণের পরিবর্তে লেখা উচিত

$$0=\left\{R_2+j\omega L_2+j\omega\left(\frac{n_2}{n_1}\right)M\right\}I_2+j\omega MI_1$$

এর ফলে (3.6) সমীকরণের পরিবর্তে পাওয়া যায়

$$Z_1'=\left\{R_1+\frac{\omega^2M^2R_2}{R_2^{\,2}+\omega^2(L_2+\rho M)^2}\right\}$$
$$+j\omega\left\{L_1+\frac{M}{\rho}-\frac{\omega^2M^2(L_2+\rho M)}{R_2^{\,2}+\omega^2(L_2+\rho M)^2}\right\}\ \left[\rho=\frac{n_2}{n_1}\right]$$

3.2. সঞ্চারক (Transformer)

'সঞ্চারক' বা ট্রান্সফর্মার একটি পদ্ধতি যা'র সাহায্যে একটি পরিবর্তী ভোল্টেজ্‌কে অন্য একটি ভোল্টেজে পরিণত করা যায়—কম্পাঙ্কের কোনো পরিবর্তন না ঘটিয়ে। যে যন্ত্রের সাহায্যে এই কাজ করা হয়, প্রচলিত ধারণায় অবশ্য তাকেও আমরা সঞ্চারক বলি। দু'টি L-R বর্তনীর আবেশী সংযোগই সরলতম সঞ্চারকের গঠন। এই তত্ত্ব আমরা 3.1 অনুচ্ছেদে আলোচনা করেছি। [চিত্র 24 (ক) দ্রষ্টব্য।]

সঞ্চারকের শ্রেণীবিভাগ নানাভাবে হ'তে পারে। E_1 এবং E_2 যদি যথাক্রমে উপ্ত এবং প্রাপ্ত তড়িচ্চালক বল হয়, তবে E_1 এবং E_2-র মানের তুলনার ভিত্তিতে দু'রকম সঞ্চারক হ'তে পারে। যদি $E_1 < E_2$ হয়, তবে সঞ্চারককে আরোহী সঞ্চারক, এবং $E_1 > E_2$ হ'লে অবরোহী সঞ্চারক বলা হয়। কম্পাঙ্কের মানের ভিত্তিতেও শ্রেণীবিভাগ হ'তে পারে। 50 বা 60/সেকেণ্ড্ কম্পাঙ্ক পর্যন্ত স্বল্প-কম্পন সঞ্চারক, 50 বা 60/সেকেণ্ড্ থেকে 20000/সেকেণ্ড পর্যন্ত মধ্যম-কম্পন সঞ্চারক, এবং উচ্চতর কম্পনের ক্ষেত্রে উচ্চ-কম্পন সঞ্চারক বলা হয়। বাস্তব ক্ষেত্রে কম্পাঙ্কের মান অনুসারে সঞ্চারকের গঠনের কিছু তফাত হয়।

বলা বাহুল্য, E_2/E_1-অনুপাতটি যে কোনো সঞ্চারকের ক্ষেত্রেই একটি প্রয়োজনীয় তথ্য। গৌণ বর্তনী খোলা-থাকা অবস্থায় এই অনুপাত আমরা সহজেই বার করতে পারি। এ অবস্থায় অবশ্যই $I_2 = 0$; অতএব,

$E_1 = R_1 I_1 + j\omega L_1 I_1$ [(3.1) সমীকরণ দ্রষ্টব্য]

এবং $E_2 = j\omega M I_1$ [(3.2) সমীকরণ দ্রষ্টব্য]

অতএব, $E_1 = \sqrt{R_1^2 + \omega^2 L_1^2} \cdot I_1$ এবং $E_2 = \omega M I_1$ হবে যথাক্রমে E_1 ও E_2-র মান। সুতরাং,

$E_2/E_1 = \dfrac{\omega M}{\sqrt{R_1^2 + \omega^2 L_1^2}}$. এখানে E_2/E_1-কে 'ভোল্টেজ-সঞ্চার অনুপাত' বলা হয়।

বাস্তবে সাধারণত $R_1 \ll \omega L_1$ হয়। সুতরাং,

$$E_2/E_1 \cong \frac{\omega M}{\omega L_1} = \frac{M}{L_1}$$

আমরা জানি, যুগ্মন গুণাঙ্ক, $k = \dfrac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$

[ঋণাত্মক চিহ্ন বর্জিত হ'ল ; কেন ?]

$$\therefore \quad E_2/E_1 = k\sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$$

কোনো কুণ্ডলীর স্ব-আবেশ ঐ কুণ্ডলীর পাকের সংখ্যার বর্গের সমানুপাতিক। অতএব, $L_1 \propto n_1^2$ এবং $L_2 \propto n_2^2$.

$$\therefore \quad \frac{E_2}{E_1} = k \cdot \frac{n_2}{n_1} \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad (3.10)$$

দুই বর্তনীর যুগ্মন যদি দৃঢ় বা পূর্ণ হয়, তবে $k=1$। এ অবস্থায় মুখ্য বর্তনীর সঙ্গে জড়িত সমস্ত বল-রেখাই গৌণ বর্তনীর সঙ্গেও জড়িত হয়। এই ক্ষেত্রে,

$$\frac{E_2}{E_1}=\frac{n_2}{n_1} \qquad \cdots \qquad (3.11)$$

এই সমীকরণে দেখা যায়, গৌণ কুণ্ডলীর পাকের সংখ্যা তুলনামূলকভাবে বেশী হ'লেই সঞ্চারকটি আরোহী সঞ্চারক হয়। অল্প ভোল্টেজ্-এর প্রয়োগে বেশী ভোল্টেজ পাওয়া গেলেও একথা মনে করা ঠিক নয় যে—এর ফলে শক্তি সৃষ্টি করা হ'ল। বস্তুত, মুখ্য ও গৌণ বর্তনীর তড়িচ্চালক বল ও প্রবাহ যদি যথাক্রমে E', I' এবং E'', I'' হয়, তবে মুখ্য বর্তনীতে উপ্ত ক্ষমতা $E'I'$ এবং গৌণ বর্তনীতে প্রাপ্ত ক্ষমতা $E''I''$, এবং অবশ্যই [$k=1$-এর ক্ষেত্রে] $E'I'=E''I''$। অতএব, যদি $E''>E'$ হয়, তবে $I''<I'$। সুতরাং, আরোহী সঞ্চারকে ভোল্টেজ বাড়লেও প্রবাহ কমে।

বাস্তবক্ষেত্রে সঞ্চারক কখনই বায়ুগর্ভ হয় না ; কারণ, বায়ুগর্ভ কুণ্ডলীর যুগ্মন অতি শিথিল হয়, এবং মুখ্য বর্তনীর কুণ্ডলীর বল-রেখার ক্ষরণ হয় ; অর্থাৎ, অনেক বল-রেখা কেবল মুখ্য কুণ্ডলীরই সঙ্গে জড়িত থাকে। গৌণ বর্তনীতে শক্তি সঞ্চারের কাজে এই ক্ষরিত বল-রেখা কোনো ভূমিকা নেয় না। কিন্তু লৌহ-গর্ভ সঞ্চারকেরও কিছু কিছু বিশেষ অসুবিধা আছে। এগুলো সংক্ষেপে এখন উল্লেখ করা হবে।

[ক] অতীত অধ্যয়নের সূত্রে জড়-চুম্বকত্ব এবং জড়-চৌম্বক চক্র সম্পর্কে নিশ্চয়ই আমাদের মোটামুটি ধারণা আছে। একটি চৌম্বক পদার্থকে পরিবর্তী চৌম্বক ক্ষেত্রে রাখলে—ঐ ক্ষেত্রের প্রতিটি পূর্ণ আবর্তনের জন্য ঐ পদার্থের উপরে কিছু কাজ করা হয়। এর বহিঃপ্রকাশ হয় ঐ চৌম্বক পদার্থের উষ্ণতা বৃদ্ধিতে। কিন্তু, এর ফলে উপ্ত শক্তির একাংশ ক্ষতিকরভাবে খরচ হয়। আমরা জানি, চৌম্বক ক্ষেত্রের একটি পূর্ণ আবর্তনে ঐ চৌম্বক পদার্থের একক আয়তনের জন্য শক্তি ক্ষয়ের পরিমাণ ঐ পদার্থের জড়-চৌম্বক চক্রের ক্ষেত্রফলের সমান। সঞ্চারকের কুণ্ডলীতে পরিবর্তী প্রবাহের জন্য ঐ কুণ্ডলীর লৌহ-গর্ভটিও একটি পরিবর্তী চৌম্বক ক্ষেত্রে অবস্থান করবে। এবং, পরিবর্তী প্রবাহের কম্পাঙ্ক যদি f হয়, তবে শক্তি ক্ষয়ের হার হবে $P=v f$.(জড়-চৌম্বক চক্রের ক্ষেত্রফল), v যদি গর্ভস্থ লোহার আয়তন হয়। বাস্তব ক্ষেত্রে P নির্ণয় করা সহজ নয়। কারণ, দ্রুত পরিবর্তনশীল প্রবাহের ক্ষেত্রে জড়-চৌম্বক চক্রের ক্ষেত্রফল এবং কলেজের

পরীক্ষাগারে ধীর-পদ্ধতিতে নির্ণয় করা ক্ষেত্রফল এক হয় না। উপরন্তু চৌম্বক ক্ষেত্রের সর্বাধিক মান, B_m (ধরা যাক), পরিবর্তিত হ'লেই চক্রের ক্ষেত্রফল পরিবর্তিত হ'তে পারে; এবং—তার ফলে—B_m-এর মান কখনো বদলালেই আবার জড়-চৌম্বক চক্রটি এঁকে তা'র ক্ষেত্রফল বা'র করার ক্লান্তিকর পদ্ধতি স্বীকার ক'রে নিতে হয়। এই কারণে বিজ্ঞানী স্টেইন্‌মেজ্‌ (Steinmetz)-এর এই স্থূল সমীকরণটি ব্যবহার করা সুবিধাজনক :

প্রতি চক্রের জন্য শক্তি ক্ষয়, $W = \eta \nu B_m^n$, যা'র ফলে

$$P = \eta f B_m^n \quad \cdots \quad \cdots \quad (3.12)$$

এখানে n একটি সংখ্যা ; এবং লোহা ও অন্যান্য অনেক ব্যবহারিক পদার্থের জন্য $n = 1.6$। η-কে স্টেইন্‌মেজ্‌-গুণাঙ্ক বলা হয় এবং বিভিন্ন চৌম্বক-পদার্থের জন্য η-র মান আলাদা। স্ট্যালয়্‌, নিকেল ও সঞ্চারকের গর্ভ হিসাবে ব্যবহৃত লোহার ক্ষেত্রে η-র মান যথাক্রমে 7×10^{-4}, $1{\cdot}2 - 3{\cdot}8 \times 10^{-2}$ এবং $1{\cdot}1 \times 10^{-3}$ আর্গ্‌ / ঘন সে.মি. / চক্র।* B_m-এর মান 12000 গাউস্‌-এর বেশী হয়ে গেলে (3.12)-সূত্র আর তেমন নির্ভরযোগ্য নয়।

[খ] আমরা জানি, পরিবর্তনশীল চৌম্বকক্ষেত্রে একটি বিদ্যুৎ-বর্তনী থাকলে ঐ বর্তনীতে একটি আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল সৃষ্টি হবে, এবং এর ফলে বর্তনীতে একটি প্রবাহ দেখা দেবে। সাধারণ একটি বর্তনীর পরিবর্তে যদি ঐ পরিবর্তনশীল চৌম্বকক্ষেত্রে একটি ধাতুর খণ্ড থাকে, তবে ঐ খণ্ডের ভিতরেই বহু সংখ্যক বর্তনী তৈরী হয়ে যায় এবং প্রবাহ চলে। এই জাতীয় প্রবাহকে 'ঘূর্ণি প্রবাহ' বলে। সঞ্চারকের কুণ্ডলীর গর্ভে লোহার খণ্ড থাকলেও সেখানে ব্যাপকভাবে এই ঘূর্ণি প্রবাহ তৈরী হবে। এর ফলে উপ্ত বিদ্যুৎ-শক্তির কিছু অংশ অনাবশ্যকভাবে তাপ-শক্তিতে পরিণত হবে। প্রমাণ করা চলে,—এই শক্তি-ক্ষয়ের হার ঐ লৌহ-খণ্ডের বেধের (পুরুত্বের) বর্গের সমানুপাতিক, এবং তড়িচ্চালক বলের কম্পাঙ্কেরও বর্গের সমানুপাতিক। লৌহ-গর্ভের পুরুত্ব কমাবার জন্য একটি স্থূল খণ্ডকে অনেকগুলো পাতলা খণ্ডে কেটে দেওয়া হয়, এবং কাগজ বা অন্য কোনো অপরিবাহী পদার্থের প্রয়োগে ঐ পাতলা খণ্ডগুলোকে পরস্পরের পরিবাহী সংযোগ থেকে বিচ্ছিন্ন রাখা হয়। কিন্তু অতি উচ্চ কম্পাঙ্কের ক্ষেত্রে এই সাবধানী

* দ্রষ্টব্য : Kaye & Laby : Physical and chemical constants (Longmans, 1953)।

ব্যবস্থাও যথেষ্ট হয় না। সেক্ষেত্রে বেকেলাইটের কাঠামোয় গ্রথিত লৌহ-চুর্ণের গর্ভ ব্যবহার করার রীতি আছে। গাণিতিকভাবে প্রমাণ করা যায়, ঘূর্ণি-প্রবাহজনিত শক্তি-ক্ষয়ের হার [পরিশিষ্ট : 4]

$$P=\frac{\pi^2}{8\rho}B_m^2f^2vh^2 \quad \cdots \quad \cdots \qquad (3.13)$$

যেখানে ρ = আপেক্ষিক রোধ, h = পুরুত্ব।

পরীক্ষাগতভাবে এই তাত্ত্বিক সমীকরণের সত্যতা যাচাই করা হয়েছে ; যদিও দেখা যায়—ডান দিকের ধ্রুব-অঙ্কটি পরীক্ষাগত ফলের সঙ্গে একেবারে এক নয়। ফলে, (3.13)-সমীকরণকে সাধারণত লেখা হয়,

$P=K\frac{\pi^2}{8\rho}B_m^2f^2vh^2$, যেখানে K-র মান লোহার ক্ষেত্রে বিভিন্ন যন্ত্রের জন্য 1 ও 2-এর মধ্যে থাকে।

উল্লিখিত (ক) ও (খ)-এ আলোচিত দুই ধরনের শক্তি-ক্ষয়কে একত্রে 'লৌহ-ক্ষয়' বলা হয়। সঞ্চারকের পক্ষে এর কোন্ ক্ষয়টি বেশী গুরুত্বপূর্ণ তা' সাধারণভাবে বলা যায় না। কারণ একটি ক্ষয় কম্পাঙ্কের এবং অন্যটি কম্পাঙ্কের বর্গের সমানুপাতিক। তবে, স্বল্প-কম্পন সঞ্চারকের ক্ষেত্রে সব রকম সাবধানতা অবলম্বনের পরে জড়-চুম্বকত্বজনিত শক্তি-ক্ষয় মোটামুটিভাবে ঘূর্ণি-প্রবাহজনিত শক্তি-ক্ষয়ের দ্বিগুণ হয়ে থাকে।

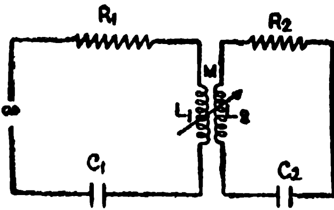
এ ছাড়াও পরিবাহী-কুণ্ডলীতে প্রবাহের দরুন যে তাপ উৎপন্ন হয়, তা' বিশেষভাবে উল্লেখযোগ্য। এভাবেও বিদ্যুৎ-শক্তির যথেষ্ট অপচয় হয়। এই ক্ষয়কে 'তাপীয় ক্ষয়' বলা যায়।......তা'হলে আমরা সঞ্চারকের মোট চার রকমের শক্তি-ক্ষয়ের বা অপচয়ের সঙ্গে পরিচিত হ'লাম : মুখ্য ও গৌণ বর্তনীর শিথিল যুগ্মনজনিত অপচয় ; গর্ভস্থ চৌম্বক পদার্থের জড়-চুম্বকত্বজনিত ক্ষয় ও ঘূর্ণিপ্রবাহজনিত ক্ষয় ; এবং তাপীয় ক্ষয়।

সঞ্চারকের দক্ষতার সংজ্ঞা স্বভাবতই এইরকম : দক্ষতা = প্রাপ্ত ক্ষমতা / উপ্ত ক্ষমতা। গৌণ বর্তনীতে প্রাপ্ত ক্ষমতা যদি $E''I''\cos\phi$ হয় [$\cos\phi$ = গৌণ বর্তনীর শক্তি-সূচক], মুখ্য ও গৌণ বর্তনীর তাপীয় ক্ষয় যথাক্রমে $R_1I'^2$ ও $R_2I''^2$ হয়, এবং লৌহ-ক্ষয় যদি P_i হয়, তবে

$$\text{দক্ষতা}=\frac{E''I''\cos\phi}{E''I''\cos\phi+P_i+R_1I'^2+R_2I''^2},$$ দৃঢ় যুগ্মনের ক্ষেত্রে।

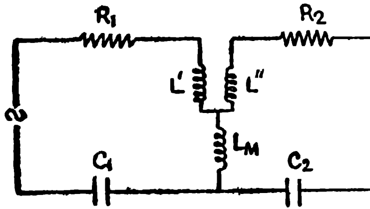
ডান দিকের অনুপাতটির হর অবশ্যই উপ্ত ক্ষমতা নির্দেশ করে। কারণ, প্রাপ্ত ক্ষমতা এবং ক্ষমতার ক্ষয়ের যোগফলই উপ্ত ক্ষমতা। ক্ষমতার শতকরা মান বা'র করতে হলে এই অনুপাতকে 100 দিয়ে গুণ করতে হবে। শতকরা একশো দক্ষতার ক্ষেত্রেই $E'I' = E''I''$ লেখা যায়, যা' আগেও আমরা দেখেছি। বাস্তব ক্ষেত্রে স্বল্প-কম্পন সঞ্চারকের দক্ষতা 90%-এর বেশী, এমনকি 99% পর্যন্তও, হ'তে পারে।

3.3. দু'টি L-C-R বর্তনীর আবেশী সংযোগ



চিত্র 25 (ক)

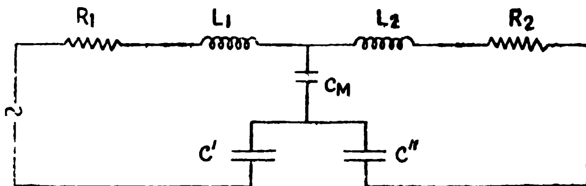
বর্তনী-পরিকল্পনা 25 (ক) নং চিত্রে দেখানো হয়েছে।* 24 নং চিত্রের বর্তনীর মত এক্ষেত্রেও যুগ্ম বর্তনীর সংযোগটি আবেশী সংযোগ, এবং 3.1 অনুচ্ছেদের সূচনার মন্তব্য এই ক্ষেত্রেও গ্রাহ্য।



চিত্র 25 (খ)

প্রমাণ করা যায়: (ক) ও (খ) বর্তনীর গাণিতিক তুল্যতা হবে এই রকম:

$$\begin{cases} M = -L_M \\ L_1 = L' + L_M \\ L_2 = L'' + L_M \end{cases}$$



চিত্র 25 (গ)

* 3.1 অনুচ্ছেদের পাদটীকা দ্রষ্টব্য। প্রকৃত আবেশী সংযোগ 25 (খ) চিত্রে দেখানো হ'ল। 25 (গ) চিত্রে দেখানো হয়েছে ধারকী সংযোগ।

মুখ্য ও গৌণ বর্তনীর তড়িচ্চালক বলের সমীকরণ দু'টি যথাক্রমে এইভাবে লেখা যায় :

$$\left.\begin{aligned} E &= \left\{R_1 + j\left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}\right)\right\} I_1 + j\omega M I_2 \\ O &= \left\{R_2 + j\left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}\right)\right\} I_2 + j\omega M I_1 \end{aligned}\right\} \quad \cdots \quad (3.14)$$

অথবা, যথাক্রমে

$$E = Z_1 I_1 + j\omega M I_2 \quad \cdots \quad \cdots \quad (3.15)$$

এবং $$O = Z_2 I_2 + j\omega M I_1 \quad \cdots \quad \cdots \quad (3.16)$$

এই দু'টি সমীকরণ থেকে আবার লেখা যায়

$$E = \left\{Z_1 + \frac{\omega^2 M^2}{Z_2}\right\} I_1 \quad \cdots \quad \cdots \quad (3.17)$$

এবং $$I_2 = -\frac{j\omega M}{Z_2} I_1 \quad \cdots \quad \cdots \quad (3.18)$$

X_1 এবং X_2 যদি যথাক্রমে মুখ্য ও গৌণ বর্তনীর পরিরোধ হয়, তবে $Z_1 = R_1 + jX_1$ এবং $Z_2 = R_2 + jX_2$ । এখন, (3.17) সমীকরণ থেকে পাওয়া যায় :

$$E = \left\{R_1 + jX_1 + \frac{\omega^2 M^2 (R_2 - jX_2)}{(R_2 + jX_2)(R_2 - jX_2)}\right\} I_1$$

অথবা, $$E = \left\{\left(R_1 + \frac{\omega^2 M^2 R_2}{R_2^2 + X_2^2}\right) + j\left(X_1 - \frac{\omega^2 M^2 X_2}{R_2^2 + X_2^2}\right)\right\} I_1 \quad \cdots (3.19)$$

দ্বিতীয় বন্ধনীর অন্তর্গত রাশিটি অবশ্যই মুখ্য বর্তনীর কার্যকর সদিশ পরারোধ। (3.6) সমীকরণের সংলগ্ন মন্তব্য অনুসরণ ক'রে এক্ষেত্রেও আমরা $\frac{\omega^2 M^2 R_2}{R_2^2 + X_2^2}$-কে মুখ্য বর্তনীতে রোধের প্রতিফলিত মান, এবং $\frac{\omega^2 M^2 X_2}{R_2^2 + X_2^2}$ -কে পরিরোধের প্রতিফলিত মান বলতে পারি।

এবারে আলোচ্য বর্তনীর কয়েকটি বিশেষ অবস্থা নিয়ে আলোচনা করা যাক। (3.18) সমীকরণ থেকে দেখা যায়, I_1-এর মান সর্বাধিক হ'লে I_2-র মানও সর্বোচ্চ হ'তে পারে। এখন মুখ্য ও গৌণ বর্তনীতে সর্বোচ্চ প্রবাহ নিয়ে আমরা আলোচনা করব। আমরা জানি, *L-C-R* বর্তনীতে যখন প্রবাহ

সর্বাধিক হয়, তখন পরিরোধ 'শূন্য' হয়। সুতরাং, এক্ষেত্রেও I_1 সর্বাধিক হবার শর্ত হবে, [সমীকরণ (3.19) অনুসারে]

$$X_1 - \frac{\omega^2 M^2 X_2}{R_2^2 + X_2^2} = \quad \cdots \quad \cdots \quad (3.20)$$

এই শর্ত দু'ভাবে পূর্ণ হতে পারে : হয় $X_1 = 0 = X_2$,

অথবা $X_1 = \dfrac{\omega^2 M^2 X_2}{R_2^2 + X_2^2}$.

এখন থেকে আমরা ধরে নিচ্ছি, বর্তনী দু'টির পরিরোধ সব কম্পাঙ্কেই সমান : $X_1 = X_2$ (যার অর্থ : $L_1 = L_2$ এবং $C_1 = C_2$), কিন্তু $R_1 \neq R_2$। সেক্ষেত্রে (3.20)-শর্ত পূর্ণ হ'লে হবে $X = 0$, অথবা $X^2 + R_2^2 = \omega^2 M^2$। ··· (3 21)

$X = 0$ বা $\omega L - \dfrac{1}{\omega C} = 0$ থেকে ω-র একটি মান, এবং $\omega^2 M^2 = X_2 + R_2^2$ থেকে ω র সর্বাধিক দু'টি মান পাওয়া যেতে পারে। সুতরাং, তিনটি বিভিন্ন কম্পাঙ্কে I_1-এর মান সর্বাধিক হ'তে পারে। (কিন্তু, তার অর্থ এই নয়, I_1-এর ঐ তিনটি মানই সমান।)

যখন X = 0 :

দু'টি বর্তনীতেই পরিরোধ = 0 ; অতএব দু'টি বর্তনীতেই অনুনাদের অবস্থা রয়েছে [অনুচ্ছেদ 1 11 দ্রষ্টব্য], যার ফলে $\omega = \omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$।

অতএব, (3.19) সমীকরণ এখন হয়ে দাঁড়াল

$$E = \left(R_1 + \frac{\omega_0^2 M^2}{R_2}\right) I_1 \quad \cdots \quad \cdots \quad (3.22)$$

এবং (3.18) ও (3.22) অনুসারে, $I_2 = -\dfrac{j\omega_0 M}{R_2} I_1$

অথবা, $$I_2 = -\frac{j\omega_0 ME}{R_1 R_2 + \omega_0^2 M^2} \quad \cdots \quad \cdots \quad (3.23)$$

কম্পাঙ্ক $\dfrac{\omega_0}{2\pi}$-তে স্থির রেখে M-এর মান বদলানো যেতে পারে। সে ক্ষেত্রে কী শর্তে $|I_2|$ সর্বাধিক হয় দেখা যাক :

I_2-র মান, বা $|I_2| = \dfrac{\omega_0 ME}{R_1 R_2 + \omega_0^2 M^2}$।

যখন $|I_2|$ সর্বোচ্চ বা সর্বনিম্ন,

তখন $\dfrac{d|I_2|}{dM}=\dfrac{\omega_0 E}{R_1R_2+\omega_0{}^2M^2}-\dfrac{2\omega_0{}^3M^2E}{(R_1R_2+\omega_0{}^2M^2)^2}=0$ হবে।

অর্থাৎ, $\dfrac{2\omega_0{}^2M^2}{R_1R_2+\omega_0{}^2M^2}=1$ হবে, বা, $\omega_0{}^2M^2=R_1R_2$ হবে।

দেখা যায়, $\dfrac{d^2|I_2|}{dM^2}<0$।

অতএব, $\omega_0 M=\sqrt{R_1R_2}$ ... .. (3.24)

এটাই $|I_2|$-সর্বাধিক হবার নির্ণেয় শর্ত। যখন এই শর্ত পালিত হ'ল, তখন I_1 ও I_2-র মান জানা যেতে পারে। এবারে, $I_1=E/2R_1$ [সমীকরণ (3.22) অনুসারে],

এবং $|I_2|=\dfrac{\omega_0 ME}{R_1R_2+\omega_0{}^2M^2}=\dfrac{\sqrt{R_1R_2}\,E}{R_1R_2+R_1R_2}=\dfrac{E}{2\sqrt{R_1R_2}}$

যখন $R_1=R_2$, তখন এই দুই প্রবাহর মান সমান [কিন্তু, সমদশা নয়]। এই সময়ে মুখ্য বর্তনীর পরারোধ $=R$; প্রতিফলিত রোধও R; এবং মুখ্য বর্তনী থেকে সর্বাধিক শক্তি গৌণ বর্তনীতে সঞ্চারিত হয়।

যখন $\omega^2M^2=X^2+R_2{}^2$:

একটু আগে আমরা $X=0$-র ক্ষেত্রটি আলোচনা করছিলাম। কিন্তু, X-এর অন্য দু'টি মান-এর জন্যও I_1 সর্বাধিক হওয়া সম্ভব। X-এর এই দু'টি মান অবশ্যই $X^2=\omega^2M^2-R_2{}^2$-এর দু'টি বীজ। বলা বাহুল্য, X-এর দু'টি বাস্তব বীজ থাকতে হ'লে $\omega M>R_2$ হওয়া দরকার। $\omega M=R_2$ হ'লে $X=0$; অর্থাৎ এই সময়ে X-এর তিনটি মানের সমাপতন হয় 'শূন্য'-তে। ($\omega M<R_2$ হ'লে শীর্ষক সমীকরণে X-এর কোনো বাস্তব মান পাওয়া যায় না।) যেহেতু $X=0$ হ'লে $\omega=\omega_0$, অতএব, $\omega M=R_2$-কে $\omega_0 M=R_2$ লেখা যায়; এবং এই ফলের সঙ্গে (3 24)-ফল তুলনা করলে স্পষ্ট হয় যে, $|I_2|$ সর্বাধিক হ'তে হ'লে $R_1=R_2$ হওয়া দরকার।

সমীকরণ (3.24)-এর শর্ত পূর্ণ হ'লে দু'টি বর্তনীর যুগ্মনের অবস্থাকে 'মধ্যম যুগ্মন' বলা হয়। (এই সময়ে গৌণ বর্তনীতে সর্বাধিক শক্তি সঞ্চারিত হয় ব'লে এই যুগ্মনকে 'উত্তম যুগ্মন' বললে হয়তো আরও ঠিক হ'ত।) 'মধ্যম' শব্দটির তাৎপর্য এই যে—যখন $\omega M>R_2$, তখন যুগ্মন দৃঢ়তর (অর্থাৎ, যুগ্মন গুণাঙ্কর মান

বেশী)। অতএব, $\omega M > R_2$-র অবস্থাকে আমরা 'অতি যুগ্মন' বলব। বলা বাহুল্য, $\omega M > R_2$-র অবস্থায় ω-র যে দু'টি মান পাব, সেই দু'টি কম্পাঙ্কে I_1-এর মান সর্বোচ্চ হবে $X^2 = \omega^2 M^2 - R_2{}^2$ হওয়ার সাপেক্ষে; কিন্তু এবারে $\omega_0/2\pi$ কম্পাঙ্কে I_1 বা $|I_2|$ সর্বোচ্চ হবে না। অর্থাৎ, যুগ্মন যদি মধ্যম অবস্থা পেরিয়ে আরও দৃঢ় হয়, তবে অনুনাদী কম্পাঙ্কের জন্য গৌণ বর্তনীতে প্রবাহ কমে।

অতি যুগ্মনের ক্ষেত্রে সর্বোচ্চ I_1 গণনা করা যায় (3.19) এবং শীর্ষক শর্ত, $X^2 + R_2{}^2 = \omega^2 M^2$, অনুসারে। স্পষ্টতই,

$$E = \left(R_1 + \frac{\omega^2 M^2 R_2}{\omega^2 M^2}\right) I_1, \quad \text{বা} \quad I_1 = E/(R_1 + R_2)$$

এবং, (3.18) অনুসারে, $|I_2| = \dfrac{\omega M I_1}{\sqrt{R_2{}^2 + X^2}} = \dfrac{E}{R_1 + R_2}$.

$R_1 = R_2$ হ'লে এই মানগুলো $X = 0$-র ক্ষেত্রে যে মান পাওয়া গিয়েছিল, তাদের সমান।

এখন $X = 0$ নয়; বরং $X^2 = \omega^2 M^2 - R_2{}^2$। অতএব, এখন $\omega = \omega_0$-তে $|I_2|$ সর্বাধিক হবে না; পরিবর্তে $\omega = \pm\sqrt{\dfrac{X^2 + R_2{}^2}{M^2}}$ এই দু'ই কম্পাঙ্কের জন্য $|I_2|$ সর্বাধিক হবে। বাস্তব ক্ষেত্রে প্রায়ই $R_2 \ll X$ হয়ে থাকে, সুতরাং, $\omega^2 M^2 \cong X^2 = \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2$ লেখা যায়।

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = \pm \omega M$$

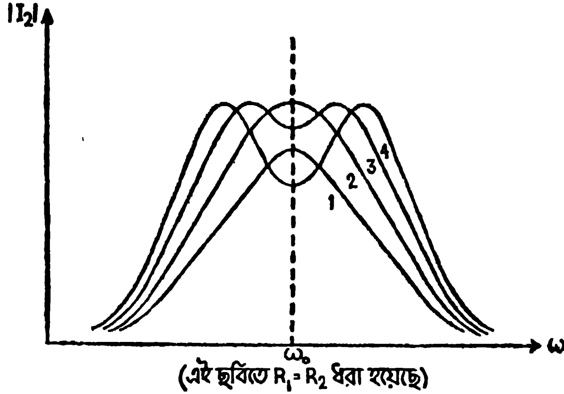
$$\text{বা,} \quad \omega^2 - \omega_0{}^2 = \pm \omega^2 k \quad \left[\because\ \omega_0{}^2 = \frac{1}{LC} \text{ এবং } k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{M}{L}\right]$$

$$\text{বা,} \quad \omega^2 (1 \mp k) = \omega_0{}^2.$$

অর্থাৎ, $\omega = \dfrac{\omega_0}{\sqrt{1+k}}$ ও $\dfrac{\omega_0}{\sqrt{1-k}}$, এই দুই ক্ষেত্রে I_2 সর্বোচ্চ।

সুতরাং, $|I_2| - \omega$ লেখ-চিত্রে $X \neq 0, X^2 = \omega^2 M^2 - R_2{}^2 (\omega M > R_2)$-এর জন্য দুটি চূড়া পাওয়া যাবে; দুটিই $\omega = \omega_0$ থেকে সমদূরবর্তী। $\omega = \omega_0$-তে, অর্থাৎ অনুনাদী কম্পাঙ্কে, I_2-র মান অপেক্ষাকৃত কম হবে। অতএব, অনুনাদী গৌণ বর্তনীতে সর্বাধিক প্রবাহ পাবার জন্য M-এর মান খুব বেশী হওয়া ভাল নয়; মধ্যম মান থাকাই বাঞ্ছনীয়; (3.24)-শর্ত যা' নির্দেশ করে। (বলা বাহুল্য,

$\omega M = R_2$ হ'লে, বা $\omega_0 M = R_2$ হ'লে $X = 0$ হয়ে যায়।) $\omega M < R_2$ হ'লে দু'টি চূড়াবিশিষ্ট $|I_2| - \omega$ চিত্র আর পাওয়া সম্ভব নয়, যা' আগেই আমরা



চিত্র 26

লক্ষ করেছি। এ অবস্থায় একটি চূড়াবিশিষ্ট $|I_2| - \omega$ চিত্র পাওয়া যায়, এবং অনুনাদ তীক্ষ্ণ হয়। এই শিথিল-যুগ্মনের অবস্থাটি কার্যত একটিমাত্র *L-C-R* বর্তনীর অনুনাদের অনুরূপ; কিন্তু R_2 বড়ো হওয়ার দরুন সর্বোচ্চ প্রবাহও অপেক্ষাকৃত [অর্থাৎ মধ্যম যুগ্মন বা অতিযুগ্মনের অবস্থার তুলনায়] কম হয়। এই ঘটনাগুলি 26 নং চিত্রে দেখানো হয়েছে। এই চিত্রে 1 নং রেখার ক্ষেত্রে শিথিল যুগ্মন ; 2 নং রেখার ক্ষেত্রে মধ্যম যুগ্মন ; এবং 3 নং রেখা অতিযুগ্মনের অবস্থা নির্দেশ করে। যুগ্মন আরও দৃঢ় হ'লে চূড়াদু'টি আরও দূরে স'রে যায়, যা' 4 নং রেখায় দেখানো হয়েছে। মধ্যম যুগ্মনের ক্ষেত্রে চূড়াটি বস্তুত তিনটি চূড়ার সমাপতন। সুতরাং, চূড়াটি সরু নয়।

আমাদের এতক্ষণের আলোচনার একটি সারাংশ দেওয়া যেতে পারে ঃ

দু'টি *L-C-R* বর্তনীর আবেশী সংযোগের ক্ষেত্রে দু'টি বর্তনীরই বর্গ-গড়-মূল প্রবাহ আমরা বা'র করেছি। এদের গাণিতিক রূপ দু'টি যথাক্রমে (3.19) ও (3.18) সমীকরণে দেখানো হয়েছে। স্পষ্টত, I_1-এর মান সর্বোচ্চ হলেই I_2-র মান সর্বোচ্চ হ'তে পারে।

I_1-এর মান সর্বোচ্চ হ'তে পারে দু'ভাবে: $X = 0$ হ'লে, অথবা $X^2 = \omega^2 M^2 - R_2^2$ হ'লে। দু'টি শর্ত এক সঙ্গেও পূর্ণ হ'তে পারে।

যখন $X=0$, তখন দু'টি বর্তনীতেই অনুনাদের অবস্থা থাকে ; কম্পাঙ্কটিও অনুনাদী কম্পাঙ্ক, $\frac{\omega_0}{2\pi}$ বা $\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ এই সময়ে I_2-র যে সর্বোচ্চ মান, সেই সর্বোচ্চ মানও যুগ্মনের দৃঢ়তার উপরে নির্ভরশীল। মধ্যম যুগ্মনের ক্ষেত্রে [যখন $\omega_0 M=\sqrt{R_1R_2}$] I_2-র মান সবচেয়ে বেশী হ'তে পারে। এই সময়ে I_1 এবং I_2-এর মান যথাক্রমে $\frac{E}{2R_1}$ এবং $\frac{E}{2\sqrt{R_1R_2}}$।

যখন উল্লিখিত দু'টি শর্তই একই সঙ্গে পূর্ণ হয়, অর্থাৎ $\omega M=R_2$ হয়, তখনও I_2-র একটি সর্বোচ্চ মান আছে ; এবং এ ক্ষেত্রে মধ্যম যুগ্মন রাখতে হ'লে উল্লিখিত শর্ত ছাড়াও $R_1=R_2$ হবে। এই সময়ে I_1 ও I_2-র প্রত্যেকের মান $\frac{E}{2R}$।

যখন $X\neq 0$, কিন্তু $X^2=\omega^2M^2-R_2^2$, তখন $|I_2|$ সর্বাধিক হয় দু'টি কম্পাঙ্কে, যা'রা অনুনাদী কম্পাঙ্ক থেকে পৃথক। আমরা দেখিয়েছি, ঐ দু'টি কম্পাঙ্ক $\frac{\omega_0}{2\pi\sqrt{1\pm k}}$। এই সময়ে বর্তনী দু'টির যুগ্মন মধ্যম যুগ্মনের তুলনায় দৃঢ়তর (অর্থাৎ, M-এর বা k-র মান বেশী)। এই অতি যুগ্মনের ক্ষেত্রে I_1 ও I_2-র প্রত্যেকের মান $\frac{E}{R_1+R_2}$। এই মান মধ্যম যুগ্মনের ক্ষেত্রে I_2-র সর্বোচ্চ মান $\frac{}{2\sqrt{R_1R_2}}$-র চেয়ে কম। অবশ্য, $R_1=R_2$ হ'লে এরা সমান। 26 নং চিত্রে আমরা $R_1=R_2$ ধ'রে নিয়েছি ; তাই মধ্যম এবং অতি যুগ্মনের ক্ষেত্রে চূড়াগুলো সমান উঁচু।—দীর্ঘ আলোচনার মূল ফলগুলো এই সারাংশ থেকে হয়তো স্পষ্টতর হবে।

এই বারে আমরা $|I_2|-\omega$ লেখ-চিত্রের প্রশস্ততা সম্পর্কে কিছু আলোচনা করব, যখন বর্তনী দু'টি অতি যুগ্মনের অবস্থায় আছে। এই সময়ে ঐ লেখ-চিত্রে দু'টি চূড়া থাকে, এবং চূড়া দু'টির মধ্যে দূরত্বকে আমরা ঐ প্রশস্ততার একটি পরিমাপ ব'লে মনে করতে পারি। অর্থাৎ, $f_0/\sqrt{1-k}$ ও $f_0/\sqrt{1+k}$ এই দু'টি কম্পাঙ্কের পার্থক্যই ঐ পরিমাপ। [$f_0=\omega_0/2\pi$].

ঐ পার্থক্য $2\,|f-f_0|\,=2\Delta f$, ধরা যাক। একই ভাবে, $2\,|\,\omega-\omega_0\,|$ $=2\Delta\omega$. (f বা $\omega/2\pi$ সর্বোচ্চ $|\,I_2\,|$-র জন্য কম্পাঙ্ক দু'টি নির্দেশ করছে।)

ω যদি ω_0 থেকে খুব দূরবর্তী না হয়, তবে $\omega=\omega_0\pm\Delta\omega$ লিখে,

(3.21)-এর দ্বিতীয় শর্ত থেকে পাই

$$X^2=\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2=\omega^2M^2-R_2^2$$

$$\therefore\quad X=\omega L-\frac{1}{\omega C}=(\omega_0\pm\Delta\omega)L-\frac{1}{(\omega_0\pm\Delta\omega)C}$$

$$\cong\omega_0L\pm\Delta\omega.L-\frac{1}{\omega_0C}\left(1\mp\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)$$

$$=\omega_0L\pm\Delta\omega.L-\omega_0L\pm\frac{\Delta\omega}{\omega_0^2C}\quad\left[\text{যেহেতু}\quad\omega_0^2=\frac{1}{LC}\right]$$

$$=\pm\Delta\omega.L\pm\Delta\omega.L=\pm2\Delta\omega.L$$

সুতরাং, $(2\Delta\omega.L)^2=\omega^2M^2-R_2^2$

বা, $$2\Delta\omega=\left(\frac{\omega M^2}{L^2}-\frac{R_2^2}{L^2}\right)^{\frac{1}{2}}=\omega_0\left(\frac{\omega^2M^2}{\omega_0^2L^2}-\frac{R_2^2}{\omega_0^2L^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\cong\omega_0\left(\frac{M^2}{L^2}-\frac{R_2^2}{\omega_0^2L^2}\right)^{\frac{1}{2}}=\omega_0(k^2-k_0^2)^{\frac{1}{2}},\text{ ধরা যাক};$$

যেখানে k_0 অনুনাদী অবস্থায় যুগ্মন গুণাঙ্ক নির্দেশ করে। (আমরা আগেই লক্ষ করেছিলাম, (3.21)-এর দু'টি শর্তই যখন পূর্ণ হয়, তখন অতি যুগ্মন ও মধ্যম যুগ্মনের অবস্থার সমাপতন হয়ে বর্তনী দু'টির অনুনাদী অবস্থাই নির্দেশ করে, এবং $R_2=\omega_0M$ হয়।)

$$\left.\begin{array}{l}\therefore\quad 2\,|\,\Delta\omega\,|\cong\omega_0(k^2-k_0^2)^{\frac{1}{2}}\\ \text{বা,}\quad 2\,|\,\Delta f\,|\cong f_0(k^2-k_0^2)^{\frac{1}{2}}\end{array}\right\}\quad\cdots\quad(3.25)$$

যে ধরনের যুগ্ম বর্তনী নিয়ে 3.3-অনুচ্ছেদে আলোচনা হ'ল, বেতার গ্রাহক-যন্ত্রে তা'র প্রয়োগ অত্যন্ত মূল্যবান। আদর্শ গ্রাহক-যন্ত্রে একটি নির্দিষ্ট সীমার কম্পাঙ্কের [Δf] জন্য $|\,I_2\,|$-র তীব্রতা যথেষ্ট হওয়া দরকার, এবং অন্য কম্পাঙ্কের জন্য অনুল্লেখযোগ্য হওয়া উচিত। শুধু তাই নয়; Δf-এর মধ্যে $|\,I_2\,|$ সর্বত্র সমান তীব্র হওয়া উচিত। বলা বাহুল্য, $|\,I_2\,|-\omega$ [বা, $|\,I_2\,|-f$] রেখা আয়তাকার না-হ'লে ও রকম হওয়া সম্ভব নয়। 26 নং চিত্রে আমরা এ রকম

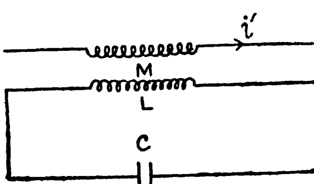
কোনো আয়তাকার রেখা পাইনি। বস্তুত, একটি ঈষৎ অতি যুগ্মন রেখা এবং আরেকটি শিথিল-যুগ্মন রেখার উপরিপতনেই প্রায়-আয়তাকার রেখা তৈরী হওয়া সম্ভব। অতএব, এজন্য একাধিক বর্তনীর প্রয়োজন। (3.25)-সমীকরণে দেখা যাচ্ছে, প্রশস্ততা $\Delta\omega$ বা Δf কেন্দ্রীয় কম্পাঙ্ক ω_0 বা f_0-র উপরে নির্ভরশীল। এই সত্য বাস্তবক্ষেত্রে অসুবিধার কারণ হয়। কিন্তু, কেবলমাত্র আবেশী সংযোগে আবদ্ধ যুগ্ম-বর্তনী ব্যবহার করলে এ অসুবিধা দূর করা যায় না।

সমস্যা 7 : একটি বর্তনীতে প্রবাহ $I_0 \cos \omega t$। নিকটস্থ আর একটি বর্তনীতে স্ব-আবেশ L, নগণ্য রোধ, এবং ধারক C আছে। দুই বর্তনীর পারস্পরিক আবেশ যদি M হয়, প্রমাণ কর ধারকের এক পাতে যে কোনো মুহূর্তের সঞ্চিত আধানের পরিমাণ

$$\frac{\omega MC I_0 \sin \omega t}{(\omega^2 LC - 1)}।$$

[**Problem 7 :** The current in one circuit is $I_0 \cos \omega t$. A neighbouring circuit consists of a coil of inductance L, negligible resistance, and a condenser C in series. If M is the mutual inductance between the circuits, show that the amount of instantaneous charge on either plate of the condenser is

$$\frac{\omega MC I_0 \sin \omega t}{(\omega^2 LC - 1)}\Big]$$



চিত্র 27

সমাধান : 27 নং চিত্র দ্রষ্টব্য। ধরা যাক, $I_0 \cos \omega t = i'$, এবং অপর বর্তনীর ক্ষণিক প্রবাহ i। এই দ্বিতীয় বর্তনীর তড়িচ্চালক বলের সমীকরণ হবে

$L\frac{di}{dt} + M\frac{di'}{dt} + \frac{Q}{C} = 0$, যেখানে Q = ধারকের যে কোনো পাতে কোনো মুহূর্তে সঞ্চিত আধানের পরিমাণ। যেহেতু, $i = \frac{dQ}{dt}$, অতএব,

$$\frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{1}{LC}Q = \frac{MI_0\omega}{L} \sin \omega t$$

বা, $Q = \dfrac{MI_0\omega \sin \omega t}{L\left(\frac{1}{LC} - \omega^2\right)}$. (সমাধানের কৌশল অত্যন্ত সহজ ব'লে এখানে দেখানো হ'ল না।)

Q ধনাত্মক এবং ঋণাত্মক—দু'ইই হ'তে পারে। সুতরাং, এর মান এই-ভাবেও লেখা যায় $Q=\dfrac{\omega MC I_0 \sin \omega t}{(\omega^2 LC-1)}$ ।

সমস্যা 8ঃ একটি উচ্চ-কম্পন সঞ্চারকের মুখ্য বর্তনীর রোধ 5Ω ও স্ব-আবেশ $100\mu H$, এবং গৌণ বর্তনীর রোধ ও স্ব-আবেশ যথাক্রমে 100Ω ও $2{\cdot}5\times 10^3 \mu H$। যুগ্মন গুণাঙ্ক যদি 0·9 হয়, প্রমাণ কর—উচ্চ কম্পনের সময়ে গৌণ বর্তনীতে ভোল্টেজ মুখ্য বর্তনীর তুলনায় প্রায় 4·5 গুণ বেশী হবে।

[**Problem 8** : A high-frequency transformer has primary resistance 5Ω and primary inductance $100\mu H$; and secondary resistance and inductance 100Ω and $2.5\times 10^3 \mu H$ respectively. If the co-efficient of coupling is 0·9, show that at high frequencies the voltage across the secondary is approximately 4·5 times that applied to the primary.]

সমাধানঃ এক্ষেত্রে $\dfrac{E_2}{E_1}=k\sqrt{\dfrac{L_2}{L_1}}$, এই সূত্র ব্যবহার করা যায়। (অনুচ্ছেদ 3.2 দ্রষ্টব্য।) উচ্চ কম্পনের ক্ষেত্রে প্রদত্ত রোধ দু'টির মান কাজে না লাগালেও চলবে। [উচ্চ কম্পাঙ্ক, ধরা যাক, এক্ষেত্রে $\sim 10^6$/সেকেণ্ড। অতএব, $\omega^2 \sim 10^{12}$ । সুতরাং, $L_1{}^2\omega^2 \sim 10^5$ এবং $R_1{}^2=25$ ।]

এক্ষেত্রে,

$$\frac{E_2}{E_1}=0{\cdot}9\sqrt{\frac{2{\cdot}5\times 10^{-3}}{10^{-4}}}=0{\cdot}9\sqrt{25}=4{\cdot}5$$

সমস্যা 9ঃ আবেশী সংযোগে আবদ্ধ দু'টি L-C-R বর্তনীর প্রত্যেকটিতে $100\ \mu H$ স্ব-আবেশ আছে, এবং যুগ্মন গুণাঙ্ক 0·005। সমলয়িত অবস্থায় দু'টি বর্তনীতেই $C=200\mu\mu F$, এবং প্রত্যেকটির Q-গুণাঙ্ক 100। মুখ্য বর্তনীতে 1 V-এর একটি তড়িচ্চালক বল প্রয়োগ করা হ'ল। দু'টি বর্তনী সম্পূর্ণ সদৃশ হ'লে গৌণ বর্তনীর সর্বাধিক প্রবাহের জন্য নির্দিষ্ট কম্পাঙ্কটি বা'র কর। এই সময়ে দু'টি বর্তনীরই প্রবাহ নির্ণয় কর।

[**Problem 9** : Two inductively coupled L-C-R circuits' each has a self-inductance $100\mu H$, the co-efficient of coupling being 0·005. In the tuned condition, each has a condenser of

$200\mu\mu F$ and a Q-value of 100. An e.m.f. of 1 V is injected into the primary. If two circuits have fully identical elements, find the frequency corresponding to the maximum flow in the secondary. Also find the then flows in the two circuits.]

সমাধান : গৌণ বর্তনীতে সর্বাধিক প্রবাহের জন্য যখন একটিমাত্র কম্পাঙ্ক চাওয়া হয়েছে, তখন মধ্যম যুগ্মনের ঘটনাই গণ্য করতে হবে। ···এখন, প্রতিটি বর্তনীর রোধ যদি R হয়, তবে $Q=\frac{\omega_0 L}{R}$।

$$\text{বা, } Q=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}, \quad \text{যেহেতু } \omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\therefore \quad 100=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{10^{-4}}{2\times10^{-10}}}; \quad \text{বা, } R=\frac{10}{\sqrt{2}}\ \Omega.$$

মধ্যম যুগ্মনের শর্ত : $\omega_0 M=R$, এবং ω_0-ই সর্বাধিক প্রবাহের সময়ে কৌণিক কম্পাঙ্ক।

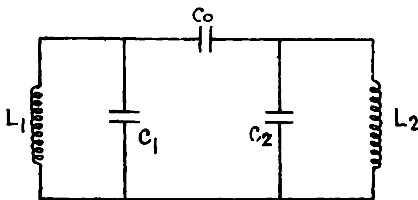
$$\text{যেহেতু, } k=\frac{M}{L};\ M=kL=0{\cdot}005\times10^{-4}H=5\times10^{-7}H.$$

$$\therefore \quad \omega_0=\frac{R}{M}=\frac{10}{\sqrt{2}\times5\times10^{-7}}=\sqrt{2}\times10$$

$$\therefore \quad \text{কম্পাঙ্ক, } f_0=\frac{\omega_0}{2\pi}=\frac{\sqrt{2}\times10^7}{2\times3{\cdot}142}=2{\cdot}25\times10^6/\text{সেকেণ্ড।}$$

এই সময়ে দুই বর্তনীতেই প্রবাহ সমান, এবং প্রত্যেকটির মান $E/2R$।

$$\text{অর্থাৎ, } \frac{\sqrt{2}}{2\times10}A=70{\cdot}7\ mA.$$



চিত্র 28

সমস্যা 10 (i) : 28 নং চিত্রে দেখানো বর্তনীর ক্ষেত্রে প্রমাণ কর $\omega_1/2\pi$ এবং $\omega_2/2\pi$ এই বর্তনীর দু'টি স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক, যেখানে $\omega_1{}^2$ এবং $\omega_2{}^2$ এই সমীকরণের দুটি বীজ :

$$\omega^4[L_1L_2(C_1C_2+C_1C_0+C_2C_0)]-\omega^2[L_1(C_1+C_0)+L_2(C_2+C_0)]+1=0$$

[**Problem 10 (i) : Prove that $\omega_1/2\pi$ and $\omega_2/2\pi$ are the two natural frequencies for the circuit shown in fig. 28, where $\omega_1{}^2$ and $\omega_2{}^2$ are the two roots of the equation**

$$\omega^4[L_1L_2(C_1C_2+C_1C_0+C_2C_0)]-\omega^2[L_1(C_1+C_0)+L_2(C_2+C_0)]+1=0 \text{]}$$

সমাধান : (প্রদত্ত বর্তনীটি তিন কোঠা (mesh) বিশিষ্ট একটি পরিপথ। বহুকোঠা-পরিপথের জন্য সরলকারক বিভিন্ন সূত্র ও উপপাদ্য আছে, যা'র কিছু অংশ পরিশিষ্ট 11-তে আলোচিত হবে। তবে, বর্তমান ক্ষেত্রে তিনটি মাত্র কোঠা থাকায় এখানে কির্‌কফ্‌ (Kirchhoff)-এর সূত্রের প্রত্যক্ষ প্রয়োগ লাভজনক হ'তে পারে। একমুখী ও স্থির তড়িৎ-প্রবাহের ক্ষেত্রে ব্যবহৃত কির্‌কফ্‌ সূত্রগুলো পরিবর্তী তড়িৎবাহী পরিপথেও সমভাবে প্রযোজ্য।)

ধরা যাক, বাঁ-দিক থেকে প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় কোঠায় প্রবাহ যথাক্রমে I_1 (দক্ষিণাবর্তে), I_2 (দক্ষিণাবর্তে) ও I_3 (বামাবর্তে)। এই তিনটি কোঠায় কির্‌কফ্‌-এর দ্বিতীয় সূত্র প্রয়োগ করলে স্পষ্টতই এই তিনটি সমীকরণ পাই :

$$j\omega L_1I_1-\frac{j}{\omega C_1}(I_1-I_2)=0,$$

$$-\frac{j}{\omega C_1}(I_1-I_2)-\frac{j}{\omega C_0}I_2-\frac{j}{\omega C_2}(I_2+I_3)=0,$$

$$j\omega L_2I_3-\frac{j}{\omega C_2}(I_2+I_3)=0.$$

[সব ক'টি সমীকরণের ডান-দিক 'শূন্য', যেহেতু কোনো কোঠাতেই কোনো তড়িচ্চালক বল প্রযুক্ত হয়নি।]

একই সূত্র এবারে $L_1\ C_0\ L_2\ L_1$-পরিপথে প্রয়োগ করলে :

$$j\omega L_1I_1-\frac{j}{\omega C_0}I_2-j\omega L_2I_3=0 \qquad \cdots \qquad \text{(a)}$$

প্রথম ও তৃতীয় সমীকরণের পুনর্বিন্যাস করলে হয় যথাক্রমে,

$$\left(\omega L_1-\frac{1}{\omega C_1}\right)I_1=-\frac{1}{\omega C_1}I_2 \text{ এবং } \frac{1}{\omega C_2}I_2=\left(\omega L_2-\frac{1}{\omega C_2}\right)I_3 \text{ ;}$$

শেষ দু'টি সমীকরণের সাহায্যে (a)-সমীকরণ I_1 ও I_3 থেকে মুক্ত করা যায় :

$$\frac{\omega L_1}{\omega C_1\left(\omega L_1-\frac{1}{\omega C_1}\right)}+\frac{1}{\omega C_0}+\frac{\omega L_2}{\omega C_2\left(\omega L_2-\frac{1}{\omega C_2}\right)}=0$$

বা, $\omega C_0 C_2 L_1\left(\omega L_2-\frac{1}{\omega C_2}\right)+C_1 C_2\left(\omega L_1-\frac{1}{\omega C_1}\right)$

$$.\left(\omega L_2-\frac{1}{\omega C_2}\right)+\omega C_0 C_1 L_2\left(\omega L_1-\frac{1}{\omega C_1}\right)=0$$

শেষ সমীকরণকে ω^2 দিয়ে গুণ ক'রে পুনর্বিন্যাস করলে নির্দিষ্ট ফল পাওয়া যায়।

সমস্যা 10 (ii) : 25(ক)-চিত্রের যুগ্ম বর্তনীতে ধরা যাক, $R_1=0=R_2$, এবং প্রদত্ত তড়িচ্চালক বল $e=0$। প্রমাণ কর, এই যুগ্ম বর্তনীর স্বভাব কম্পাঙ্কগুলো যদি $\omega/2\pi$ হয়, তবে

$C_1C_2(L_1L_2-M^2)\omega^4-(L_1C_1+L_2C_2)\omega^2+1=0$ হবে।

[**Problem 10 (ii) :** In the coupled circuit 25(ক), let $R_1=0=R_2$ and the applied e.m.f. $e=0$. If the natural frequencies of the resulting circuit be $\omega/2\pi$, show that

$$C_1C_2(L_1L_2-M^2)\omega^4-(L_1C_1+L_2C_2)\omega^2+1=0.$$]

সমাধান : (চিত্রটি প্রথমে এঁকে নিলে সুবিধে হবে।)

এক্ষেত্রে ধ'রে নেওয়া যেতে পারে, একটি বর্তনীতে পরিবর্তী তড়িচ্চালক বলের অস্তিত্ব ছিল, এবং তা'র ফলে বর্তনী দু'টিতে প্রবাহ সম্ভব হয়। তড়িচ্চালক বলের উৎসটিকে অপসারণের পরে কোনো মুহূর্তে বর্তনী দু'টিতে প্রবাহ I_1 ও I_2, এবং স্বভাব-কম্পাঙ্ক ও অনুনাদী কম্পাঙ্ক অভিন্ন। 3.3 অনুচ্ছেদের আলোচনার অনুসরণে এ ক্ষেত্রেও হবে

$0=\left(j\omega L_1-\frac{j}{\omega C_1}\right)I_1+j\omega MI_2$ এবং

$0=\left(j\omega L_2-\frac{j}{\omega C_2}\right)I_2+j\omega MI_1$

অথবা, যথাক্রমে, $Z_1I_1+j\omega MI_2=0$ ও $Z_2I_2+j\omega MI_1=0.$

শেষের দু'টি সমীকরণ থেকে I_1 অথবা I_2-এর অপসারণে হয়

$\left\{Z_2+\frac{\omega^2M^2}{Z_1}\right\}I_2=0$ অথবা $\left\{Z_1+\frac{\omega^2M^2}{Z_2}\right\}I_1=0.$

দ্বিতীয় বন্ধনীস্থিত রাশি দু'টি যথাক্রমে দ্বিতীয় ও প্রথম বর্তনীর কার্যকর সদিশ পরারোধ নির্দেশ করে। এদের যথাক্রমে Z_2' এবং Z_1' দিয়ে চিহ্নিত করা চলে। যখন দু'টি বর্তনীই অনুনাদের অবস্থায় আছে, তখন শ্রেণী-অনুনাদের শর্ত

অনুসারে Z_1' এবং Z_2'-এর কাল্পনিক অংশ 'শূন্য'র সমান। কিন্তু, বর্তমান ক্ষেত্রে Z_1' ও Z_2'-এর কেবল কাল্পনিক অংশই বর্তমান :

$$Z_1' = j\left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}\right) - \frac{j\omega^2 M^2}{\left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}\right)} \quad \text{এবং}$$

$$Z_2' = j\left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}\right) - \frac{j\omega^2 M^2}{\left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}\right)}.$$

এখন $|Z_1'| = 0$ বা $|Z_2'| = 0$ লিখে সহজেই নির্দিষ্ট লক্ষ্যে পৌঁছোনো যায়। যদি $|Z_2'| = 0$ লেখা হয়, তবে

$$0 = \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}\right) - \frac{\omega^2 M^2}{\left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}\right)}$$

বা, $$\omega^2 M^2 = \left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}\right)\left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}\right)$$

$$= \omega^2 L_1 L_2 - \frac{L_2}{C_1} - \frac{L_1}{C_2} + \frac{1}{\omega^2 C_1 C_2}$$

এখন সমস্ত পদগুলোকে $\omega^2 C_1 C_2$ দিয়ে গুণ দিয়ে প্রাপ্ত ফলের সামান্য পুনর্বিন্যাস প্রয়োজন।

সমস্যা 10 (iii) : চিত্র 25(গ)-তে $R_1 = 0 = R_2$, প্রদত্ত তড়িচ্চালক বল $= 0$, এবং $C_M = C$, $C' = C_1$, $C'' = C_2$ হ'লে প্রমাণ কর—স্বভাব-কম্পাঙ্কগুলো হবে $\omega/2\pi$, যেখানে

$$\{CC_1L_1\omega^2 - (C + C_1)\}\{CC_2L_2\omega^2 - (C + C_2)\} = C_1C_2$$

[**Problem : If in fig. 25(গ) $R_1 = 0 = R_2$, the applied e.m f. $= 0$, and $C_M = C$, $C' = C_1$, $C'' = C_2$, then show that the natural frequencies of the circuit will be $\omega/2\pi$ where**

$$\{CC_1L_1\omega^2 - (C + C_1)\}\{CC_2L_2\omega^2 - (C + C_2)\} = C_1C_2.\ ]$$

সমাধান : (বর্তনীর ছবিটি প্রথমে এঁকে নিলে সুবিধে হবে।)

পূর্ববর্তী সমস্যার সমাধানের প্রাথমিক মন্তব্য এ ক্ষেত্রেও প্রযোজ্য। ধরা যাক, বাঁ-দিকের কোঠায় প্রবাহ I_1 (দক্ষিণাবর্তে) এবং অপর কোঠায় প্রবাহ I_2 (বামাবর্তে)। অতএব, এই দু'টি কোঠার জন্য যথাক্রমে লেখা যায়

$$j\left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}\right)I_1 - \frac{j}{\omega C}(I_1 + I_2) = 0 \qquad \cdots \qquad \text{(a)}$$

এবং $j\left(\omega L_2-\frac{1}{\omega C_2}\right)I_2-\frac{j}{\omega C}\left(I_1+I_2\right)=0$ ... (b)

অতএব, $\left(\omega L_1-\frac{1}{\omega C_1}\right)I_1=\left(\omega L_2-\frac{1}{\omega C_2}\right)I_2$ ... (c)

(c)-এর সাহায্যে (a) থেকে I_2-এর অথবা (b) থেকে I_1-এর অপসারণ প্রয়োজন। যদি (a)-সমীকরণ ব্যবহার করা হয় :

$$j\left(\omega L_1-\frac{1}{\omega C_1}\right)I_1-\frac{j}{\omega C}\left\{1+\frac{\left(\omega L_1-\frac{1}{\omega C_1}\right)}{\left(\omega L_2-\frac{1}{\omega C_2}\right)}\right\}I_1=0$$

অথবা,

$$\left(\omega L_2-\frac{1}{\omega C_2}\right)\left(\omega L_1-\frac{1}{\omega C_1}\right)\omega C-\left(\omega L_2-\frac{1}{\omega C_2}\right)$$
$$-\left(\omega L_1-\frac{1}{\omega C_1}\right)=0$$

এই সমীকরণের উপযুক্ত পুনর্বিন্যাসে বাঞ্ছিত ফলটি পাওয়া সম্ভব। সংশ্লিষ্ট কাজ পাঠকের জন্য রাখা হ'ল।

তৃতীয় পরিচ্ছেদে প্রথম ব্যবহৃত পারিভাষিক শব্দের তালিকা
(প্রথম ব্যবহারের ক্রমানুসারে)

যুগ্ম বর্তনী	...	coupled circuits
আবেশী সংযোগ	...	inductive coupling
বায়ুগর্ভ / লৌহগর্ভ	...	air-core / iron-core
মুখ্য বর্তনী / গৌণ বর্তনী	...	primary circuit / secondary circuit
প্রতিফলিত মান	...	reflected value
উপ্ত ; প্রাপ্ত	...	input ; output
সঞ্চারক, আরোহী / অবরোহী		transformer, step-up / step-down
ভোল্টেজ সঞ্চার অনুপাত	...	voltage transformation ratio
যুগ্মন গুণাঙ্ক	...	co-efficient of coupling
ক্ষরণ	...	leakage

ঘূর্ণি-প্রবাহ	...	eddy-current
আপেক্ষিক রোধ	...	specific resistance বা resistivity
লৌহ-ক্ষয়	...	iron-loss
তাপীয় ক্ষয়	...	copper-loss
দক্ষতা	...	efficiency
মধ্যম যুগ্মন	...	optimum coupling
অতি যুগ্মন	...	over coupling
শিথিল যুগ্মন	...	loose coupling
আয়তাকার	...	rectangular
উপরিপতন	...	superposition.

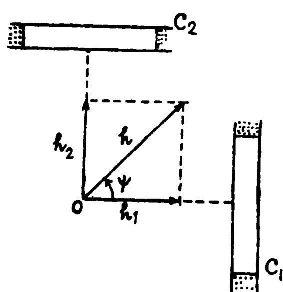
পরিচ্ছেদ **4**

ঘূর্ণমান চৌম্বকক্ষেত্র

এই পরিচ্ছেদে আমরা ঘূর্ণমান চৌম্বক ক্ষেত্র নিয়ে আলোচনা করব। কোনো বিন্দুতে (বা ক্ষুদ্র অঞ্চলে) যদি একটি চৌম্বক ক্ষেত্র সৃষ্টি করা যায়, যে ক্ষেত্রের প্রাবল্য-মান স্থির, কিন্তু অভিমুখ সতত একটি ধ্রুব কৌণিক বেগে পরিবর্তনশীল,—তবে এই বল-ক্ষেত্র বিভিন্ন প্রয়োজনীয় বৈদ্যুতিক যন্ত্র গঠনে কাজে লাগানো সম্ভব। চৌম্বক ক্ষেত্রটি ঘূর্ণমান হ'লেও এটি উৎপাদনের জন্য কোনো ঘূর্ণমান যন্ত্র ব্যবহার করার দরকার হয় না। পরিবর্তী তড়িৎবাহী একাধিক কুণ্ডলী ব্যবহার ক'রে, এবং ঐ তড়িতপ্রবাহগুলির মধ্যে একটি নির্দিষ্ট দশা-পার্থক্য বজায় রেখে এ কাজ করা সম্ভব। নীচের দুটি অনুচ্ছেদে এই রকম চৌম্বক ক্ষেত্র তৈরীর তাত্ত্বিক পদ্ধতি নিয়ে আলোচনা করা হ'ল। এই চৌম্বক ক্ষেত্রের ব্যবহার সম্পর্কে আলোচনা করা হবে তা'র পরের দু'টি অনুচ্ছেদে। দ্বি-দশা ও ত্রি-দশা পরিবর্তী প্রবাহ বলতে কী বোঝায়, সে সম্পর্কে 'পরিশিষ্ট : 5'-এ বিস্তৃত আলোচনা আছে।

4.1. দ্বি-দশা পদ্ধতি

ঘূর্ণমান চৌম্বক ক্ষেত্র সৃষ্টির সহজতম উপায় একটি দ্বি-দশা পরিবর্তী প্রবাহের দু'টি দশা দু'টি কুণ্ডলীতে চালনা করা। 29 নং চিত্রে এই আয়োজন দেখান হয়েছে। C_1 ও C_2 দু'টি অনুরূপ কুণ্ডলী, এবং দু'টি কুণ্ডলীর তল পরস্পরের লম্বভাবে আছে। ধরা যাক, কোনো মুহূর্তে কুণ্ডলী দু'টিতে প্রবাহ $i_1 = I_1 \sin \omega t$ এবং $i_2 = I_2 \sin(\omega t - \phi)$। প্রবাহের অভিমুখ অনুসারে সংশ্লিষ্ট চৌম্বক ক্ষেত্রের অভিমুখ সহজেই জানা যায় ডান-হাতের সূত্রের (কর্ক্-স্ক্রু সূত্রের) সাহায্যে। তবে, বলা বাহুল্য, প্রবাহ এবং সংশ্লিষ্ট চৌম্বক ক্ষেত্র অবশ্যই সমদশায় থাকবে। অতএব, কুণ্ডলী



চিত্র 29

দু'টির অক্ষের ছেদ-বিন্দুতে (O-তে) উল্লিখিত মুহূর্তে চৌম্বক ক্ষেত্র দু'টি, ধরা যাক,

$$h_1 = H_1 \sin \omega t \quad \text{এবং} \quad h_2 = H_2 \sin (\omega t - \phi).$$

29 নং চিত্রে h_1 ও h_2-র তাৎক্ষণিক মান ও দিক নির্দেশ করা হয়েছে। অতএব, O-তে তাৎক্ষণিক লব্ধি হবে

$h = \sqrt{h_1^2 + h_2^2}$, যা'র দিক নির্দেশ করা যাবে

$\tan \psi = \dfrac{h_2}{h_1}$ সূত্রের সাহায্যে।

বর্তমানে আমরা $H_1 = H_2 = H$ (ধরা যাক) এবং $\phi = \pi/2$—এই বিশেষ অবস্থায় আগ্রহী। অতএব, এখন

$$h = \sqrt{H^2 \sin^2 \omega t + H^2 \sin^2(\omega t \quad \pi/2)} = h\sqrt{\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t} = H,$$

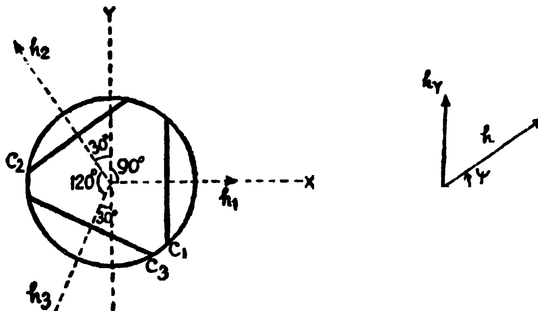
এবং $\tan \psi = -\dfrac{H \cos \omega t}{H \sin \omega t} = -\cot \omega t = \tan\left(\omega t - \dfrac{\pi}{2}\right)$,

যা'র ফলে, $\psi = \omega t - \pi/2$।

অতএব, O বিন্দুতে যে চৌম্বক ক্ষেত্র পাওয়া গেল, তা'র মান (H) সময়-নিরপেক্ষ, এবং বামাবর্তে সমবেগে ঘূর্ণমান (যেহেতু, t যত বাড়ে, ψ-ও তত বাড়তে থাকে এবং $d\psi/dt = \omega =$ ধ্রুবক)।

4.2. ত্রি-দশা পদ্ধতি

এই ক্ষেত্রে তিনটি অনুরূপ কুণ্ডলীকে একটি বৃত্তের পরিধি বরাবর সুষমভাবে



চিত্র 30

রাখা হয়, যা'র ফলে যে কোনো একটি কুণ্ডলীর অক্ষ এবং পার্শ্ববর্তী কুণ্ডলীর

অক্ষের ভিতরে কোণ হয় 120°। সজ্জাটি 30 নং চিত্রে (বাম অংশে) দেখানো হ'ল। কুণ্ডলী C_1, C_2 ও C_3-তে ক্ষণিক প্রবাহ, ধরা যাক, যথাক্রমে

$$i_1 = I \sin \omega t \;;\; i_2 = I \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \text{ ও } i_3 = I \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right).$$

[অর্থাৎ, দ্বি-দশা পদ্ধতির মতো এক্ষেত্রেও দু'টি পার্শ্ববর্তী কুণ্ডলীর অক্ষের অন্তর্গত কোণ এবং ঐ দুই কুণ্ডলীতে প্রবাহের দশা-পার্থক্য সমান।]

অতএব, O-বিন্দুতে ক্ষণিক চৌম্বক ক্ষেত্র যথাক্রমে

$$h_1 = H \sin \omega t \;;\; h_2 = H \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \text{ ও } h_3 = H \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right).$$

এই তিনটি ক্ষেত্রের ক্ষণিক লব্ধি বা'র করার জন্য পারস্পরিক লম্ব দু'টি অক্ষ OX ও OY নেওয়া হ'ল ; এবং সুবিধার জন্য OX-অক্ষটি C_1-কুণ্ডলীর অক্ষের সঙ্গে সমাপতিত রাখা হ'ল। h_1, h_2 ও h_3-র প্রত্যেকটির দু'টি উপাংশ বা'র করা যেতে পারে,—একটি OX বরাবর, ও অন্যটি OY বরাবর। OX বরাবর h_1, h_2 ও h_3-র উপাংশ যথাক্রমে

$$h_1, \quad -h_2 \cos 60^\circ \text{ ও } -h_3 \cos 60^\circ.$$

অতএব, OX বরাবর মোট প্রাবল্য

$$h_X = h_1 - h_2 \cos 60^\circ - h_3 \cos 60^\circ = h_1 - \tfrac{1}{2}h_2 - \tfrac{1}{2}h_3$$

$$= h_1 - \tfrac{1}{2}H \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) - \tfrac{1}{2}H \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)$$

$$= H \sin \omega t - \tfrac{1}{2}H\left\{\sin \omega t.\cos\frac{2\pi}{3} - \cos \omega t \sin\frac{2\pi}{3}\right\}$$

$$- \tfrac{1}{2}H\left\{\sin \omega t \cos\frac{4\pi}{3} - \cos \omega t.\sin\frac{4\pi}{3}\right\}$$

কিন্তু, $\cos\frac{2\pi}{3} = \cos 120^\circ = \cos(90^\circ + 30^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$,

$$\sin\frac{2\pi}{3} = \sin 120^\circ = \sin(180^\circ - 60^\circ) = \sin 60^\circ = \sqrt{\tfrac{3}{2}},$$

$$\cos\frac{4\pi}{3} = \cos 240^\circ = \cos(180^\circ + 60^\circ) = -\cos 60^\circ = -\tfrac{1}{2},$$

$$\sin\frac{4\pi}{3} = \sin 240^\circ = \sin(180^\circ + 60^\circ) = -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

অতএব, $h_X = H\sin\omega t - \frac{1}{2}H\left\{-\frac{1}{2}\sin\omega t - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\omega t\right\}$

$$-\frac{1}{2}H\left\{-\frac{1}{2}\sin\omega t + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\omega t\right\}$$

$$= H\sin\omega t + \frac{1}{4}H\sin\omega t + \frac{1}{4}H\sin\omega t$$

$$= \frac{3}{2}H\sin\omega t.$$

এবং, অনুরূপভাবে, OY বরাবর মোট প্রাবল্য

$$h_Y = 0 + h_2\cos 30^\circ - h_3\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}(h_2 - h_3)$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}H\left[\left\{-\frac{1}{2}\sin\omega t - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\omega t\right\} - \left\{-\frac{1}{2}\sin\omega t + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\omega t\right\}\right],$$

$$= -\frac{\sqrt{3}}{2}H\cdot\frac{2\sqrt{3}}{2}\cos\omega t = -\frac{3}{2}H\cos\omega t.$$

সুতরাং, O-বিন্দুতে তাৎক্ষণিক লব্ধি বল, $h = \sqrt{h_X^2 + h_Y^2} = \frac{3}{2}H$,

যা সময়-নিরপেক্ষ ; অর্থাৎ, যে কোনো মুহূর্তেই O-বিন্দুতে বলের মান $\frac{3}{2}H$। বলের তাৎক্ষণিক অভিমুখ [চিত্র 30, দক্ষিণ অংশ] এই সূত্রের সাহায্যে প্রকাশ করা যায় :

$$\tan\psi = \frac{h_Y}{h_X} = -\cot\omega t = -\tan\left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right) = \tan\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

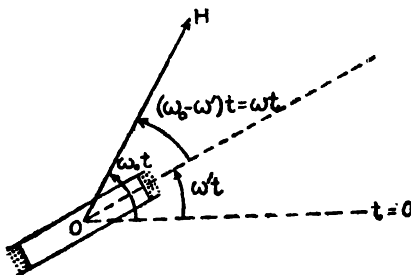
$$\therefore\quad \psi = \omega t - \frac{\pi}{2};\quad \text{বা,}\quad \psi + \frac{\pi}{2} = \omega t.$$

সময়ের সঙ্গে ωt ক্রমশ বাড়ে ; সুতরাং, ψ-ও বাড়ে। অতএব, O-বিন্দুতে কার্যকর চৌম্বক ক্ষেত্র বামাবর্তে ঘূর্ণমান, এবং ঘূর্ণনের সমবেগ ω।

4.3. ঘূর্ণমান চৌম্বক ক্ষেত্রে পরিবাহী কুণ্ডলী বা চাকৃতি

দ্বি-দশা বা ত্রি-দশা প্রবাহের সাহায্যে সমবেগে ঘূর্ণমান ধ্রুব মানের একটি চৌম্বক ক্ষেত্র কীভাবে উৎপন্ন হ'তে পারে, তা' পূর্ববর্তী অনুচ্ছেদে দেখা গেল। ঐ ক্ষেত্রে O-বিন্দুতে (29 বা 30 নং চিত্রে) একটি ছোট পরিবাহী চাকৃতি বা কুণ্ডলীর উপরে কী প্রতিক্রিয়া হবে, এইবারে তা' দেখা যাক।

কুণ্ডলীটি এমনভাবে রাখা হল যা'তে একটি ব্যাসের অক্ষে সহজেই ঘুরতে পারে, এবং এই অক্ষটি ঘূর্ণমান ক্ষেত্রের অভিমুখের সঙ্গে সবসময়েই লম্বভাবে থাকে। যেহেতু চৌম্বক ক্ষেত্র কুণ্ডলীর সাপেক্ষে ঘূর্ণমান, অতএব, কুণ্ডলীর সঙ্গে জড়িত চৌম্বক বল-রেখার পরিমাণ সতত পরিবর্তনশীল। সুতরাং, তড়িত-চৌম্বক আবেশের নিয়ম অনুসারে ঐ কুণ্ডলীতে আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল সৃষ্টি হয়, যা'র ক্ষণিক মান $e=-\frac{\partial N}{\partial t}$ —এই সূত্রে প্রকাশ করা যায়। এখানে $N=$ ঐ মুহূর্তে কুণ্ডলার সঙ্গে জড়িত বল-রেখার পরিমাণ। এর ফলে এমনভাবে আচরণ করতে চেষ্টা করবে, যা'তে এই আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল সৃষ্টির মূল কারণই বাধা পায়। বলা বাহুল্য, কুণ্ডলী এবং চৌম্বক ক্ষেত্রের আপেক্ষিক ঘূর্ণনই এক্ষেত্রে মূল কারণ। এই আপেক্ষিক ঘূর্ণন বন্ধ করার জন্য কুণ্ডলীটিও চৌম্বক ক্ষেত্রর ঘূর্ণনের অভিমুখে একই বেগে ঘুরতে চেষ্টা করবে। অবশ্য, সত্যিই ঐ একই বেগে ঘোরা কুণ্ডলীর পক্ষে সম্ভব না। প্রথমত, বাস্তবিকই যদি কুণ্ডলী এবং চৌম্বক ক্ষেত্র সমবেগে ঘোরে, তা'হলে এই দু'য়ের ভিতরে আপেক্ষিক গতি কিছুই থাকে না, এবং—ফলে—কুণ্ডলীর সঙ্গে জড়িত বল-রেখার পরিমাণ অপরিবর্তনশীল হয়ে যায়। এর ফলে আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল আর উৎপন্ন হয় না, এবং কুণ্ডলীর ঘূর্ণনও তৎক্ষণাৎ বন্ধ হয়। অতএব, তখনই উল্লিখিত আপেক্ষিত গতি আবার দেখা দেয়, এবং কুণ্ডলীও আবার ঘোরার উপক্রম করে। এইভাবে দু'টি বিরুদ্ধ প্রতিক্রিয়ার প্রতিযোগিতার ফলে কুণ্ডলী কখনই চৌম্বক ক্ষেত্রের সঙ্গে সমবেগে ঘোরে না। দ্বিতীয়ত, বাতাসের বাধা, অক্ষের দু'ই প্রান্তে ঘূর্ণনের ঘর্ষণজনিত বাধা, ইত্যাদি বাস্তব ঘটনাগুলিও কুণ্ডলীর গতিকে শ্লথ করে।



চিত্র 31

সাধারণভাবে, আমরা ধরে নিচ্ছি—ঘূর্ণমান চৌম্বক ক্ষেত্রের কৌণিক বেগ ω_0 এবং কুণ্ডলীর কৌণিক বেগ ω'। অতএব, কুণ্ডলীর তুলনায় চৌম্বক ক্ষেত্রের কৌণিক বেগ $(\omega_0-\omega')=\omega$, ধরা যাক (চিত্র 31)। কুণ্ডলীর তলের ক্ষেত্রফল A, এবং

পাকের সংখ্যা n হ'লে nA=কার্যকর ক্ষেত্রফল। অতএব, কোনো মুহূর্তে কুণ্ডলীর সঙ্গে জড়িত বল-রেখার পরিমাণ—চিত্র 31 অনুসারে—

$$N=nAH\sin(\omega_0-\omega')\,t=nAH\sin\omega t. \quad \cdots \quad (4.1)$$

অতএব, আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল ঐ মুহূর্তে

$$e=-\frac{\partial N}{\partial t}=-nAH\omega\cos\omega t=nAH\omega\cos(\omega t-\pi).$$

কুণ্ডলীটিকে যদি একটি L-R বর্তনী হিসাবে গণ্য করা হয়, তবে ঐ মুহূর্তে প্রবাহ হবে

$$i=\frac{nAH\omega}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}\cos(\omega t-\pi-\phi), \quad \cdots \quad (4.2)$$

যেখানে $\phi=\tan^{-1}\frac{\omega L}{R}$ [অনুচ্ছেদ : 1.9 দ্রষ্টব্য]

এই পরিবাহী কুণ্ডলীকে $\tau\,(=i)$ তেজ-বিশিষ্ট তুল্য পাত-চুম্বক দিয়ে প্রতিস্থাপিত করা চলে ; এবং N বল-রেখা জড়িত থাকা অবস্থায় এই পাত-চুম্বকের স্থিতি-শক্তি

$$W=-\tau N \quad [\text{ পরিশিষ্ট-7 দ্রষ্টব্য }]। \quad \cdots \quad (4.3)$$

কুণ্ডলীর ঘূর্ণন এমনভাবে হবে যাতে W কম হয় ; অর্থাৎ $\omega t\,(=\theta)$ বাড়লে W কমে। $d\theta$ ঘূর্ণনে যদি স্থিতিশক্তি dW হ্রাস পায়, তবে

$-\frac{dW}{d\theta}$=তাৎক্ষণিক দ্বন্দ্ব। [ঋণাত্মক চিহ্নের অর্থ : θ বাড়লে W কমে।]

অতএব, তাৎক্ষণিক দ্বন্দ্ব $=+\tau\frac{dN}{d\theta}=\tau nAH\cos\theta$

[(4.3) ও (4.1) অনুসারে।]

$$=inAH\cos\theta$$

$$=\frac{n^2A^2H^2\omega}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}\cos(\omega t-\pi-\phi)\cos\omega t \quad [\text{ (4.2) অনুসারে }]$$

$$=\frac{n^2A^2H^2\omega}{2\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}[\cos(2\omega t-\alpha)+\cos\alpha],$$

যেখানে $\alpha=(\pi+\phi)$.

একটি সম্পূর্ণ ঘূর্ণনের জন্য গড় মানও সহজেই বা'র করা যায়। মনে রাখতে হবে cos α-র গড় মানও cos α, এবং cos $(2\omega t-\alpha)$ বা cos $(2\theta-\alpha)$-র গড় মান

$$\frac{1}{2\pi}\int^{2\pi}\cos\ (2\theta-\alpha)d\theta=\frac{1}{4\pi}\int_{-\alpha}^{4\pi-\alpha}\cos\ (2\theta-\alpha)\ d(2\theta-\alpha)=0.$$

অতএব, দ্বন্দ্বর গড় মান, $\overline{G}=\frac{n^2A^2H^2\omega\cos\alpha}{2\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}$

$$-\frac{n^2A^2H^2\omega\cos\phi}{2\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}$$

যেহেতু, $\tan\phi=\frac{\omega L}{R}$; অতএব, $\cos\phi=\frac{R}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}$

$$\overline{G}=-\frac{n^2A^2H^2\omega R}{2(R^2+\omega^2L^2)}$$

ঋণাত্মক চিহ্নটি দ্বন্দ্বর বামাবর্ত-অভিমুখ নির্দেশ করে।

একটি নির্দিষ্ট কুণ্ডলী এবং একটি নির্দিষ্ট মান-এর চৌম্বক ক্ষেত্রের জন্য ω-র একটি বিশেষ মান থাকে, যা'র ফলে $\overline{G}$ সর্বাধিক হয়। ω-র এই মান সহজেই বা'র করা যায় :

ধরা যাক : $\overline{G}=K\frac{\omega}{(R^2+\omega^2L^2)}$ [ঋণাত্মক চিহ্ন বর্জিত হ'ল।]

$\therefore\quad \frac{d\overline{G}}{d\omega}=K\left[\frac{1}{(R^2+\omega^2L^2)}-\frac{2\omega^2L^2}{(R^2+\omega^2L^2)^2}\right]=0,$ $\overline{G}$-এর সর্বোচ্চ বা নিম্নতম মান-এর জন্য। এই সময়ে সুতরাং

$2\omega^2L^2=R^2+\omega^2L^2$; বা, $\omega L=R.$

আবার,

$$\frac{d^2\overline{G}}{d\omega^2}=K\left[-\frac{2\omega L^2}{(R^2+\omega^2L^2)^2}-\frac{4\omega L^2}{(R^2+\omega^2L^2)^2}+\frac{8\omega^3L^4}{(R^2+\omega^2L^2)^3}\right]$$

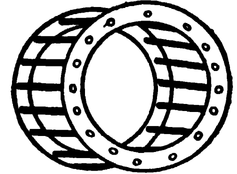
$$=-\frac{KL}{2R^3},\ \text{যখন}\ \omega L=R.$$

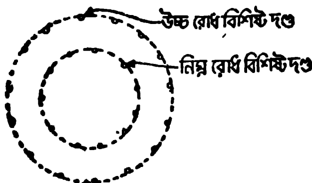
অতএব, $\frac{d^2\overline{G}}{d\omega^2}<0$, সুতরাং, $\omega=\frac{R}{L}$ অবশ্যই $\overline{G}$ সর্বাধিক হওয়ার শর্ত

4.4 আবেশী মোটর

'মোটর' বলতে সাধারণভাবে বোঝায় শক্তির অন্য যে কোনো রূপ থেকে যান্ত্রিক শক্তিতে রূপান্তরের পদ্ধতি। বর্তমান ক্ষেত্রে আমাদের আলোচনার বিষয় 'বৈদ্যুতিক মোটর'—যেখানে বিদ্যুৎ-শক্তিকে যান্ত্রিক-শক্তিতে পরিণত করা হচ্ছে। বৈদ্যুতিক মোটর মোটামুটিভাবে তিন শ্রেণীর: সর্বক্ষেত্রীয় মোটর, সমতাল মোটর ও আবেশী মোটর। এদের ভিতরে 'আবেশী মোটর' ঘূর্ণমান চৌম্বক ক্ষেত্রের সাহায্যে চালিত হয়ে থাকে, এবং কেবল এই শ্রেণীর মোটর সম্পর্কেই সংক্ষেপে কিছু আলোচনা করা হবে।

ডাইনামোর মত মোটরেরও দু'টি স্থূল অংশ: স্থাণু ও ভ্রমী (stator ও rotor)। আবেশী মোটর এ ঘূর্ণমান চৌম্বক-ক্ষেত্র উৎপাদনকারী কুণ্ডলীই স্থাণু অংশ। ভ্রমী অংশের একাধিক সুবিধাজনক গঠন-রীতি চালু আছে, যদিও এর ভিতরে 'কাঠবেড়ালী-খাঁচা' গঠনটিই সবচেয়ে জনপ্রিয়। অবশ্য, কেবল ক্ষুদ্র আকারের মোটরেই এই গঠন ব্যবহার করা লাভজনক। 32 নং চিত্রে এই গঠনটি সরলভাবে দেখানো হয়েছে। এতে অনেকগুলি তামার দণ্ড সমান্তরালভাবে দুই প্রান্তের দু'টি আংটায় আটকানো থাকে। আংটা দু'টি সাধারণত সঙ্কর ধাতুতে তৈরী হয়। ভ্রমী কেন ঘুরবে, তা' 4·3-অনুচ্ছেদের সূচনায় আমরা বিস্তৃতভাবে আলোচনা করেছি। 'কাঠবেড়ালী-খাঁচা' গঠনের ভ্রমীতে বৈদ্যুতিক রোধ কম হয়; সুতরাং মোটরের দক্ষতা বেশী হ'তে পারে। কিন্তু, ঘূর্ণনের সূচনায় যে বল কাজ করে, তা'র পরিমাণ কম হয়। এই অসুবিধা কিছুটা দূর করার জন্য সরল 'খাঁচা' গঠনের কিছু সংস্কার সম্ভব, বুশেরো (Boucherot) গঠনের ক্ষেত্রে যা' করা হয়। 33 নং ছবিতে এই গঠনের একটি প্রস্থচ্ছেদ দেখানো হয়েছে। এক্ষেত্রে সমান্তরাল দণ্ডের একটি বেষ্টনীর পরিবর্তে দু'টি বেষ্টনী দেওয়া থাকে। বাইরের বেষ্টনীর দণ্ডগুলো উচ্চ-রোধবিশিষ্ট কোনো ধাতুর এবং ভিতরের দণ্ডগুলি যথারীতি তামার। গঠনের এই বিশেষ কৌশলে ভিতরের খাঁচার

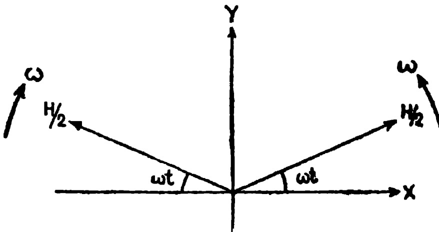

চিত্র: 32



চিত্র: 33

পরিরোধ যথেষ্ট বেশী হয়, রোধ অত্যন্ত কম হওয়া সত্ত্বেও। সূচনায় ভ্রমী-প্রবাহর কম্পাঙ্ক স্থায়ু-প্রবাহর কম্পাঙ্কের সমানই থাকে। এবং এই সময়ে ভিতরের খাঁচার পরিরোধ এত বেশী হয় যে, সূচনায় প্রবাহ মোটামুটিভাবে বাইরের খাঁচায় সীমাবদ্ধ থাকে, এই খাঁচার রোধ যদিও বেশী। রোধ বেশী থাকার ফলে সূচনায় ঘূর্ণক বলের (torque-এর) মান বেশী হ'তে পারে। ভ্রমী যখন পূর্ণ গতিতে ঘোরে, তখন ভ্রমীতে প্রবাহর কম্পাঙ্ক খুবই কম হয়—সেকেণ্ডে এক বা দুই। এই সময়ে পরিরোধ [ωL ; 4·3 অনুচ্ছেদ দ্রষ্টব্য] যথেষ্ট ক'মে যায় এবং ভ্রমী-প্রবাহ কার্যত ভিতরের খাঁচাতেই আবদ্ধ থাকে—যেহেতু বাইরের খাঁচার রোধ অত্যন্ত বেশী। এইবার নিম্ন-রোধজনিত কারণে মোটরের দক্ষতাও বেশী হ'তে পারে। এইভাবে একই সঙ্গে দুই বিরুদ্ধ সমস্যার সমাধান সম্ভব হয়ে থাকে।

আমরা দেখেছি, ঘূর্ণমান চৌম্বক ক্ষেত্র প্রস্তুত করার জন্য অন্তত দু'টি প্রবাহ-দশার সাহায্য নিতে হয়। মাত্র এক-দশা প্রবাহে কি তাহলে আবেশী মোটর চালানো সম্ভব?—বাস্তবে কিন্তু এক-দশা প্রবাহের চৌম্বক ক্ষেত্রর সাহায্যে আবেশী মোটর চালানো অসম্ভব নয়। যদিও এই চৌম্বক ক্ষেত্র কেবলমাত্র 'পরিবর্তী', ঘূর্ণমান নয়; কিন্তু, ফেরারি (Ferrari)-র নীতি অনুসারে একটিমাত্র পরিবর্তী চৌম্বক ক্ষেত্রকে পরস্পরের বিপরীত আবর্তে ঘূর্ণমান দু'টি চৌম্বক ক্ষেত্রর যোগফল হিসাবে ভাবা যায়।

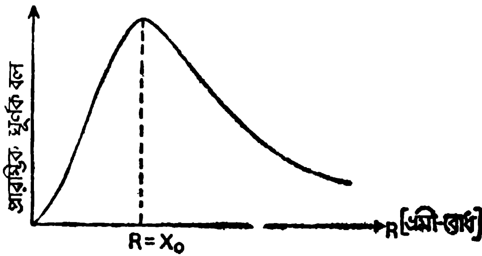


চিত্র : 34

অবশ্য, এই ক্ষেত্র-বলদু'টির প্রত্যেকটির মান মূল ক্ষেত্রের বলের মানের অর্ধেক হবে। ঘটনাটি 34 নং ছবিতে বোঝাবার চেষ্টা করা হয়েছে। $H/2$-মানের দু'টি ক্ষেত্রই $t=0$-তে X-অক্ষ বরাবর ছিল, এবং ঐ সময় থেকে দু'টিই ω-কৌণিক বেগে পরস্পরের বিপরীত আবর্তে ঘুরছে। ছবিতে দেখানো হয়েছে t-সময় পরের অবস্থা। স্পষ্টত, এই সময়ে ঐ দু'টি বলের X-উপাংশ দু'টি $H/2 \cos \omega t$ এবং $-H/2 \cos \omega t$, যা'র ফলে X-মুখী মোট বল 'শূন্য'। Y মুখী উপাংশ দু'টি $H/2 \sin \omega t$ এবং $H/2 \sin \omega t$ অর্থাৎ, মোট Y-মুখী

উপাংশ ঐ মুহূর্তে $H \sin \omega t$। অতএব, কার্যত Y-অক্ষরেখা বরাবর এই একটিই পরিবর্তী চৌম্বক ক্ষেত্র কাজ করছে। তবে, এক-দশা প্রবাহের সাহায্যে আবেশী মোটর চালানো গেলেও সূচনায় ঐ মোটর নিজে থেকে ঘুরতে শুরু করবে না। স্বতন্ত্র কোনো বল প্রয়োগ ক'রে উপযুক্ত বেগে ঘুরিয়ে দিলে সেই ঘূর্ণন স্থায়ী হ'তে পারবে।

বলা বাহুল্য, ভ্রমী ঘুরতে না-শুরু-করা অবধি ভ্রমী-প্রবাহের কম্পাঙ্ক স্থাণুপ্রবাহ কম্পাঙ্কের সমান। এই সময়ে ভ্রমীর পরারোধ যদি $\sqrt{X_0^2+R^2}$ হয়ে থাকে [R=রোধ, X_0=ঐ সময়ে পরিরোধ], তবে প্রমাণ করা যায়—সূচনায় ভ্রমীর উপরে যে ঘূর্ণক বল কাজ করবে তা' $R/(R^2+X_0^2)$-এর সমানুপাতিক। অতএব, এই ঘূর্ণক বল সর্বাধিক হবে যখন $R=X_0$। সুতরাং সূচনায় যথেষ্ট ঘূর্ণক বল পেতে হ'লে ভ্রমীর রোধ সূচনায়



চিত্র : 35

বেশী রাখা দরকার, বুশেরো-ভ্রমী প্রসঙ্গে একটু আগেই আমরা যা' বলেছি। 35 নং চিত্রে ভ্রমীর রোধের সঙ্গে সূচনায় ঘূর্ণক বলের সম্পর্কমূলক লেখ-চিত্র দেখানো হ'ল।

চতুর্থ পরিচ্ছেদে ব্যবহৃত পারিভাষিক শব্দের তালিকা
(প্রথম ব্যবহারের ক্রম অনুসারে)

দ্বি-দশা	...	...	two-phase
ঘূর্ণমান	...	...	rotating
ডান-হাতের সূত্র	...	...	right-hand rule
লব্ধি	...	...	resultant
ত্রি-দশা	...	...	three-phase

দ্বন্দ্ব	…	…	couple
আবেশী মোটর	…	…	induction motor
যান্ত্রিক শক্তি	…	..	mechanical energy
সর্বক্ষেত্রীয় মোটর	…	…	universal motor
সমতাল মোটর	…	…	synchronous motor
স্থাণু	…	…	stator
ভ্রমী, ভ্রমি	…	…	rotor
কাঠবেড়ালী-খাঁচা	…	…	squirrel-cage
সঙ্করধাতু	…	…	alloy
ভ্রমী-প্রবাহ	…	…	rotor-current
ঘূর্ণক বল	…	…	torque
ভ্রমী রোধ	…	…	rotor-resistance

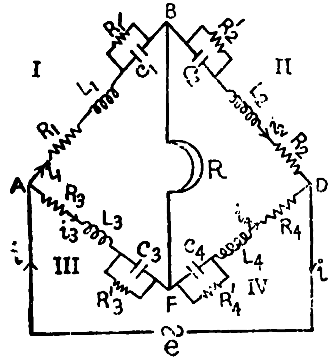
পরিচ্ছেদ 5

সাম্য-জালক

5.1. সার্বিক সাম্য-জালক

স্থির প্রবাহের ক্ষেত্রে চারটি রোধের চতুর্ভুজকে যেমন সাম্য-জালক হিসাবে ব্যবহার করা হয়, পরিবর্তী প্রবাহের ক্ষেত্রে সাম্য-জালকের আরও সার্বিক রূপ হওয়া সম্ভব। কারণ, পরিবর্তী প্রবাহের ক্ষেত্রে কেবল রোধ ছাড়াও স্ব-আবেশ, ধারকত্ব ও পারস্পরিক আবেশের বিশিষ্ট ভূমিকা আছে। স্থির প্রবাহের ক্ষেত্রে আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল সৃষ্টির প্রশ্ন নেই ; এবং ধারকের সংযোজন বর্তনীকে ছিন্ন করে।

পরিবর্তী তড়িচ্চালক বল ব্যবহারে যে সাম্য-জালকের গঠন সম্ভব, তা'র একটি সার্বিক রূপ আলোচনা করা যাক। অবশ্য, এক্ষেত্রে 'সার্বিকতা' আমাদের আরোপিত ; চূড়ান্ত সার্বিকতার কোনো অর্থ যেহেতু এক্ষেত্রে নেই। আমরা ধ'রে নিচ্ছি, চতুর্ভুজের প্রতিটি বাহু একটি শ্রেণীবদ্ধ *L-C-R* সজ্জা। তবে, *C*-এর সমান্তরালে একটি রোধের উপাস্থিতিও বিবেচনা করা হবে। যেখানে বাস্তবিকই এরকম রোধ রাখা হবে না, সেখানে এই রোধ ধারকের অশুদ্ধিজনিত ব'লেও ভাবা যেতে পারে। [অনুচ্ছেদ 2.7 দ্রষ্টব্য।] 36 নং চিত্রে আলোচ্য সাম্য-জালকের রূপটি দেখানো হ'ল। (এর প্রত্যেকটি বাহু চিত্র 16 (খ) সজ্জার অনুরূপ। কেবল *r*-এর পরিবর্তে R' ব্যবহৃত হয়েছে।) BF পথে প্রবাহের অস্তিত্ব R-গ্রাহক যন্ত্রে ধরা পড়ে। এখন, 2.7 অনুচ্ছেদ অনুসারে, AB-শাখার সদিশ পরাবোধ



চিত্র : 36

$$Z_1 = R_1 + j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1 + \frac{1}{R_1'}} \qquad \cdots \qquad (5.1)$$

কোনো মুহূর্তে AB শাখায় প্রবাহ i_1 হ'লে ঐ মুহূর্তে AB-র দুই প্রান্তের বিভব প্রভেদ হবে : $e_1 = Z_1 i_1$। অনুরূপভাবে অন্যান্য শাখাও (BD, DF

ইত্যাদি) বিবেচনা করা চলে। আলোচ্য মুহূর্তে যদি B ও F-এ বিভব সমান হয়, তবেই BF শাখা ঐ মুহূর্তে প্রবাহহীন হবে। এই বিভব দু'টিকে যথাক্রমে e_B ও e_F লেখা যাক। তা'হলে, উল্লিখিত শর্তটি দাঁড়াচ্ছে $e_B = e_F$।

স্মৃতরাং, $e_B - e_A = e_F - e_A$; অর্থাৎ, $e_1 = e_3$.

একইভাবে, $e_B - e_D = e_F - e_D$; অর্থাৎ, $e_2 = e_4$.

তা'হলে, $\frac{e_1}{e_3} = \frac{e_2}{e_4}$. ... (5.2)

$e_1 = Z_1 i_1$; $e_2 = Z_2 i_2$ মনে রেখে, এবং BF প্রবাহহীন হ'লে, $i_1 = i_2$ এবং $i_3 = i_4$, —এই শর্ত প্রয়োগ ক'রে (5.1) ও (5.2) থেকে পাই—

$$\frac{R_1 + j\omega L_1 + \dfrac{1}{j\omega C_1 + \dfrac{1}{R'_1}}}{R_3 + j\omega L_3 + \dfrac{1}{j\omega C_3 + \dfrac{1}{R'_3}}} = \frac{R_2 + j\omega L_2 + \dfrac{1}{j\omega C_2 + \dfrac{1}{R'_2}}}{R_4 + j\omega L_4 + \dfrac{1}{j\omega C_4 + \dfrac{1}{R'_4}}} \quad \cdots \quad (5.3)$$

অর্থাৎ, $\frac{Z_1}{Z_3} = \frac{Z_2}{Z_4}$; বা, $Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3$,

ধরা যাক, $Z_1 = |Z_1| e^{j\phi_1}$, ইত্যাদি। অতএব,

$$|Z_1|\,|Z_4|\,e^{j(\phi_1+\phi_4)} = |Z_2|\,|Z_3|\,e^{j(\phi_2+\phi_3)}$$

$$\left.\begin{aligned} \therefore\quad & |Z_1|\,|Z_4| = |Z_2|\,|Z_3| \\ \text{এবং}\quad & \phi_1 + \phi_4 = \phi_2 + \phi_3 \end{aligned}\right\} \quad \cdots \quad (5.4)$$

এই দুই শর্তই একসঙ্গে পূর্ণ হবে।

শর্ত (5.3) বা (5.4) সময়-নিরপেক্ষ। স্মৃতরাং, কোনো মুহূর্তে সাম্য (অর্থাৎ BF-এ প্রবাহহীনতা) প্রতিষ্ঠিত হ'লে, সব সময়েই তা প্রতিষ্ঠিত থাকবে।

পরিবর্তী তড়িৎবাহী জালকের ক্ষেত্রে স্মগ্রাহিতার (sensitivity-র) আলোচনাটি এখানে প্রাসঙ্গিক। সাধারণ হুইট্‌স্টোন্‌-জালকের ক্ষেত্রে এই আলোচনা যেমন করেছিলেন ম্যাক্সওয়েল্‌ (Maxwell), হেভিসাইড্‌ (Heaviside) ইত্যাদি বিজ্ঞানীরা, পরিবর্তী তড়িৎবাহী জালকের জন্য অনুরূপ আলোচনা প্রথমে করেন লর্ড্‌ র‍্যালে (Lord Rayleigh ; 1891)। র‍্যালে প্রমাণ করেন : জালকের চারটি বাহুর পরারোধ, এবং গ্রাহকের বাহু এবং তড়িচ্চালক বলের বাহুর পরারোধ—এই ছ'টি পরারোধ সমান হ'লেই জালকটি সবচেয়ে স্মগ্রাহী

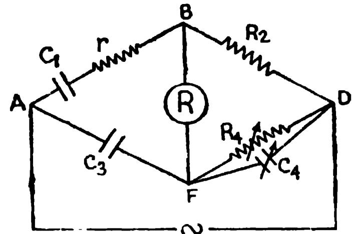
হয় ; অর্থাৎ, চারটি বাহুর যে কোনোটির পরারোধের ঈষৎ পরিবর্তনে গ্রাহক-বাহুতে প্রবাহ পরিবর্তন সর্বাধিক হ'তে পারে। বলা বাহুল্য, বাস্তবে এই শর্ত পূর্ণ করার সুযোগ প্রায় কখনই হয় না। বহু ক্ষেত্রে উল্লিখিত ছ'টি পরারোধের ভিতরে শেষোক্ত দু'টি তুলনামূলকভাবে নগণ্য হয়, এবং জালকের চারটি বাহুর পরারোধ তুলনীয় মান-এ রাখার চেষ্টা করা হয়, যদিও একেবারে সমান রাখা সম্ভব হয় না। র‍্যালে-র সার্বিক আলোচনাটি এখানে প্রাসঙ্গিক হ'লেও সুদীর্ঘ এবং জটিল। আগ্রহী পাঠককে র‍্যালের মূল প্রবন্ধটি দেখতে অনুরোধ করি।

[Proc. Roy. Soc. 49 ; 203 ; 1891]

বাস্তব ক্ষেত্রে যে সাম্য-জালকগুলি আমরা ব্যবহার করি, তা' প্রায় সবই এই সার্বিক জালকের বিশেষ রূপ। এই জালকগুলি কোনো কুণ্ডলীর স্ব-আবেশ, দু'টি কুণ্ডলীর পারস্পরিক আবেশ, ধারকের ধারকত্ব, তড়িচ্চালক বলের কম্পাঙ্ক, ইত্যাদি নির্ণয়ে ব্যবহৃত হয়। এখন চারটি বাস্তব জালক সম্পর্কে কিছু আলোচনা করা হবে।

5.2 শেরিং-জালক : [ধারকত্ব পরিমাপ]

ধারকের ধারকত্ব পরিমাপের জালক-পদ্ধতিগুলির মধ্যে 1920 সালে শেরিং (Schering) উদ্ভাবিত পদ্ধতি শ্রেষ্ঠ। শেরিং-এর জালক 37-নং চিত্রে দেখানো হয়েছে। এখানে প্রথম বাহু AB-তে পরীক্ষাধীন ধারকটি নেওয়া হয়েছে। r-রোধটি ধারকের অশুদ্ধি গণনা করে*। C_3 ধারকটি মানক ধারক। C_4 এবং R_4 যথাক্রমে পরিবর্তনীয় ধারক (বায়ুপূর্ণ) এবং রোধ।



চিত্র : 37

* অনুচ্ছেদ : 2.7-এ আমরা দেখেছি—ধারকের সামান্য অশুদ্ধি গণনার জন্য সমান্তরালে একটি উচ্চ রোধ কল্পনা করা যায় ; যেহেতু এই রোধের মধ্য দিয়ে অল্প পরিমাণের আধান ধারকের এক পাত থেকে অন্য পাতে পৌঁছোতে পারে। এই সমস্যাটিকে অন্য ভাবেও দেখা যায়। ধারকে আধানের ক্ষরণে শক্তি ক্ষয় হয়। সুতরাং, ধারকের সঙ্গে শ্রেণী-সংযোগে একটি নিম্ন রোধ কল্পনা করা সম্ভব। কারণ, রোধের মধ্য দিয়ে আধানের প্রবাহেও শক্তি-ক্ষয় হয়। এই $C-r$ সজ্জায় C বিশুদ্ধ ; শক্তি-ক্ষয় হচ্ছে r-রোধের জন্য। বর্তমান আলোচনায় ধারকের সমান্তরালে উচ্চ রোধের পরিবর্তে শ্রেণীতে নিম্ন রোধ ব্যবহৃত হ'ল। সহজেই দেখানো যাবে : শক্তি-সূচক $\simeq \omega Cr$ [$C-r$ সজ্জার জন্য]। অনুচ্ছেদ 2.3-এর শেষাংশ দ্রষ্টব্য।

এই জালকটির সাম্য-শর্ত (5.3)-সমীকরণ থেকেও পাওয়া যেতে পারে; কারণ, শেরিং-জালক বস্তুত সার্বিক জালকের বিশেষ রূপ। সহজেই দেখা যাবে, সার্বিক জালকে

$R_1 = r,\ L_. = 0,\ C_1 = C_1,\ R'_1 = \infty$;
$R_2 = R_2,\ L_2 = 0,\ C_2 = \infty$; $R'_2 = \infty$;
$R_3 = 0,\ L_3 = 0,\ C_3 = C_3,\ R'_3 = \infty$;
$R_4 = 0,\ L_4 = 0,\ C_4 = C_4,\ R'_4 = R_4$ বসালেই শেরিং-জালকটি গঠিত হবে।

এই হিসাবে (5 3) সমীকরণকে এইভাবে লেখা যায়:

$$\frac{r + \dfrac{1}{j\omega C_1}}{\dfrac{1}{j\omega C_3}} = \frac{R_2}{\dfrac{1}{j\omega C_4 + \dfrac{1}{R_4}}} \quad \cdots \quad (5.5)$$

নিরপেক্ষভাবেও এই ফল সহজেই পাওয়া যায়। যখন BF-শাখা প্রবাহহীন, তখন (5.2)-সমীকরণ অবশ্যই সিদ্ধ হবে। এখন, প্রতিটি শাখার (AB, BD, ইত্যাদির) সদিশ পরারোধ (5.2)-সমীকরণে ব্যবহার করতে হবে, এবং মনে রাখতে হবে $i_1 = i_2$ ও $i_3 = i_4$। এইভাবে মুখে মুখেই (5.5) সমীকরণটি গঠন করা যায়।

সমীকরণ (5.5) থেকে: $j\omega r C_3 + \dfrac{C_3}{C_1} = \dfrac{R_2}{R_4}\,[1 + j\omega C_4 R_4]$

বাস্তব অংশের সমীকরণে পাওয়া যায়,

$\dfrac{C_3}{C_1} = \dfrac{R_2}{R_4}$; এবং কাল্পনিক অংশের সমীকরণে: $rC_3 = R_2 C_4$.

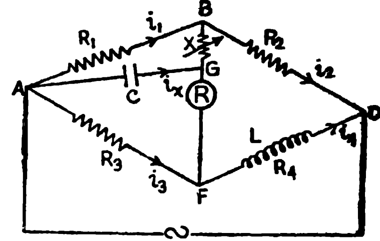
C_1-এর মান বা'র করার জন্য C_3 জানা থাকা দরকার; কিন্তু, C_4 জানার দরকার নেই। তবে, C_1-এর শক্তি-সূচক বা'র করতে হ'লে C_4-ও জানা দরকার। C_1 ধারক যেহেতু প্রকৃতপক্ষে $C - r$ সংযুক্তি; অতএব, C_1-এর শক্তি-সূচক ($\cos\phi$) প্রায় $\omega C_1 r$; যেহেতু ভাল ধারকের ক্ষেত্রে r খুবই ছোট, এবং $\omega C_1 r \ll 1$। শেষ সমীকরণ দু'টি থেকে:

$\dfrac{C_1}{C_3} = \dfrac{R_4}{R_2}$ এবং $rC_3 = R_2 C_4$.

অতএব, $rC_1 = R_4 C_4$. সুতরাং, $\omega C_1 r = \omega R_4 C_4$.

5.3 অ্যাণ্ডারসন্-জালক : [স্ব-আবেশ পরিমাপ]

1891 সালে অ্যাণ্ডারসন্ (Anderson) কুণ্ডলীর স্ব-আবেশ পরিমাপের জন্য যে জালক ব্যবহার করেন, তা'র পরিকল্পনা 38 নং চিত্রে দেখানো হ'ল। প্রকৃত অর্থে এটিকে সাম্য-জালক বলা চলে না; কারণ, এতে বাহুর সংখ্যা চারটির বেশী। এবং, এই কারণে অ্যাণ্ডারসন্ জালককে সার্বিক জালকের বিশেষ রূপ হিসাবেও দেখানো চলে না।



চিত্র : 38

একটি আবেশী কুণ্ডলীর যথেষ্ট রোধও থাকে, এবং শ্রাব্য-কম্পাঙ্ক কুণ্ডলীর Q গুণাঙ্ক সাধারণত 30-এর নীচেই থাকে। কিন্তু, একটি ভাল অভ্র-ধারকের Q-গুণাঙ্ক সহজেই 10^4 অবধিও যেতে পারে। এই কারণে কুণ্ডলীর স্ব-আবেশ মানক ধারক ও রোধের সাহায্যে মাপবার রীতি আছে। অ্যাণ্ডারসন্-জালকেও এই রীতি অনুসৃত হয়।

ছবিতে বিভিন্ন শাখায় কোনো মুহূর্তের প্রবাহগুলো দেখানো হয়েছে।

বলা বাহুল্য, সাম্য প্রতিষ্ঠিত হ'লে,

$$\left.\begin{array}{l} i_1+i_x=i_2 \text{ এবং } i_3=i_4 \\ \text{উপরন্তু, } e_G=e_F \end{array}\right\} \quad \cdots \quad (5.6)$$

এখন, $e_{AD}=R_3i_3+R_4i_4+j\omega Li_4=R_3i_3+R_4i_3+j\omega Li_3$

$$=(R_3+R_4+j\omega L)i_3.$$

এবং $e_{AF}=R_3i_3=\dfrac{e_{AD}\,R_3}{R_3+R_4+j\omega L}$ $\cdots$ (5.7)

e_{AB}-কে দু'ভাবে লেখা যায় : $e_{AB}=R_1i_1=\left(X+\dfrac{1}{j\omega C}\right)i_x$

আবার, $e_{AD}=R_1i_1+R_2i_2=R_1i_1+R_2(i_1+i_x)$ [(5.6) দ্রষ্টব্য]

$$=(R_1+R_2)i_1+R_2i_x$$

$$=\left\{\frac{(R_1+R_2)\left(X+\dfrac{1}{j\omega C}\right)}{R_1}+R_2\right\}i_x$$

(e_{AB}-র সমীকরণ দ্রষ্টব্য)

এখন, $e_{AG} = \frac{i_g}{j\omega C}$

$$= \frac{e_{AD}}{\left\{\frac{(R_1+R_2)\left(X+\frac{1}{j\omega C}\right)}{R_1} + R_2\right\} j\omega C} \quad \cdots \quad (5.8)$$

(5.6)-অনুসারে, যেহেতু $e_G = e_F$; অতএব, $e_G - e_A = e_F - e_A$;

অর্থাৎ, $e_{AG} = e_{AF}$

এখন, (5.7) এবং (5.8) থেকে $e_{AG} = e_{AF}$ লিখলে পাওয়া যায় :

$$\frac{e_{AD} R_3}{R_3 + R_4 + j\omega L} = \frac{e_{AD}}{\left\{\frac{(R_1+R_2)\left(X+\frac{1}{j\omega C}\right)}{R_1} + R_2\right\} j\omega C} \quad \cdots \quad (5.9)$$

বা, $\frac{j\omega C R_3}{R_3 + R_4 + j\omega L} = \frac{R_1}{(R_1+R_2)\left(X+\frac{1}{j\omega C}\right) + R_1 R_2}$

বা, $R_1 R_3 + R_1 R_4 + j\omega L R_1$

$$= j\omega C R_1 R_2 R_3 + j\omega C R_3 (R_1 + R_2)\left(X + \frac{1}{j\omega C}\right)$$

$$= j\omega C R_1 R_2 R_3 + j\omega C R_3 (R_1+R_2) X + R_3 (R_1 + R_2)$$

[(5.9)-সমীকরণকে এইভাবে সরল করা সবচেয়ে সুবিধাজনক।]

বা, $R_1 R_4 + j\omega L R_1 = j\omega C R_1 R_2 R_3 + j\omega C R_3 (R_1 + R_2) X + R_2 R_3$

বাস্তব অংশের সমীকরণে পাওয়া যায় : $R_1 R_4 = R_2 R_3 \quad \cdots \quad (5\ 10)$

কাল্পনিক অংশের সমীকরণে পাওয়া যায় :

$LR_1 = CR_1 R_2 R_3 + CR_3 (R_1 + R_2) X$

$= CR_1 R_2 R_3 + CR_1 R_3 X + CR_1 R_4 X$ (5.10)-অনুসারে

$L = CR_2 R_3 + CR_3 X + CR_4 X$

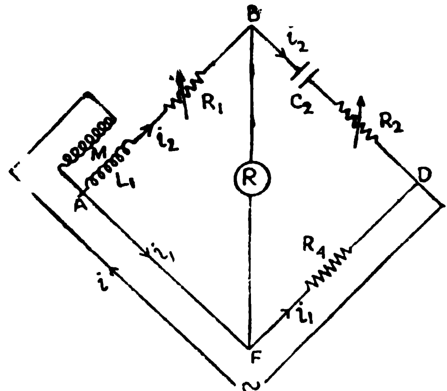
বা, $L = C\{R_2 R_3 + X(R_3 + R_4)\} \quad \cdots \quad \cdots \quad (5.11)$

(5.10) সমীকরণটি স্থির প্রবাহে সাম্যের শর্ত, যখন L, C ভূমিকাহীন। ঐতিহাসিক প্রথম পরীক্ষাটি অবশ্য সম্পূর্ণভাবেই করা হয়েছিল তড়িৎ-কোষের ব্যবহারে। গ্রাহক-যন্ত্র R হিসাবে ব্যবহৃত হয়েছিল সাধারণ গ্যালভ্যানোমিটার। (5.11) সমীকরণের পরীক্ষার জন্য অস্থির বা পরিবর্তনশীল প্রবাহ কাজে লাগানো হয়েছিল। আমরা জানি, সাধারণ তড়িৎ-কোষ ব্যবহার করলেও কোনো

বর্তনীতে কোষের সংযুক্তিমাত্রই প্রবাহ পূর্ণ মানে স্থির হয় না। প্রবাহ স্থির হ'তে যে সময়টুকু দরকার, সেই সময়ের ভিতরে প্রবাহ 'অস্থির' (যদিও 'পরিবর্তী' নয়)। অতএব, এই সময়ে L ও C-এর যথাযোগ্য ভূমিকা আছে। সংযুক্ত-কোষ বর্তনী ছিন্ন হ'বার সময়েও একই ধরনের ঘটনা ঘটে। এইরকম অস্থির প্রবাহ চলার সময়ে গ্যালভ্যানোমিটারের নির্দেশকের বিক্ষেপ না-হ'লে (5.11)-শর্ত পূর্ণ হয়েছে ব'লে মনে করা যায়। পরবর্তীকালে অবশ্য পরিবর্তী তড়িচ্চালক বলের উৎস ব্যবহার ক'রেই সব সময়ে এই পরীক্ষা করা হয়েছে। আরেকটি উল্লেখযোগ্য বিষয় এই যে—এই পরীক্ষার জন্য L-এর মান সম্পর্কে অগ্রিম কিছুটা ধারণা থাকা ভাল। নইলে (5.10)-শর্ত সিদ্ধ হ'লেও R_2R_3-র মান এতই বড়ো হয়ে যেতে পারে, যা'র ফলে $CR_2R_3>L$ হয়ে দাঁড়ায়। সেক্ষেত্রে X-এর কোনো ধনাত্মক মান-এ (5.11) সিদ্ধ হওয়া সম্ভব নয়।

5.4. হেডোয়েলার-ক্যাম্পবেল্-জালক : [দ্বৈত-আবেশ পরিমাপ]

দু'টি কুণ্ডলীর মধ্যে পারস্পরিক আবেশ বা দ্বৈত-আবেশ পরিমাপের জন্য জালকের সর্বপ্রথম পরিকল্পনা করেন ক্যারে ফস্টার (Carey Foster) 1887 সালে। পরে 1894 সালে হেডোয়েলার (Heydweiller) এবং 1907 সালে ক্যাম্পবেল্ (Campbell) ঐ জালকের সংস্কার সাধন করেন। 39 নং চিত্রে এই জালকের পরিকল্পনা দেখানো হ'ল। C_2 একটি মানক ধারক। M দ্বৈত-আবেশ। চিত্রটি এমনভাবে আঁকা হয়েছে যা'তে সার্বিক জালকের সঙ্গে কিছুটা তুলনা করা যায়; এবং এই কারণে রোধহীন AF বাহুটি দেখানো হয়েছে। কিন্তু, তা' হ'লেও M-এর উপস্থিতির জন্য এই জালক 5.1-অনুচ্ছেদে আলোচিত সার্বিক জালকের বিশিষ্ট রূপ হিসাবে গণ্য হ'তে পারে না।



চিত্র : 39

চিত্রে বিভিন্ন শাখায় প্রবাহ (ক্ষণিক) সাম্যাবস্থা নির্দেশ করে। বলা বাহুল্য, মূল প্রবাহ, $i=i_1+i_2$। এখন $ABFA$-পরিপথের জন্য :

$$(R_1+j\omega L_1)i_2+j\omega Mi=0$$

বা, $(R_1+j\omega L_1+j\omega M)\,i_2=-j\omega M i_1$.

$BDFB$-পরিপথের জন্য : $\left(R_2+\frac{1}{j\omega C_2}\right)i_2=R_4 i_1$.

শেষ দু'টি সমীকরণের ভিত্তিতে লেখা যায় :

$$(R_1+j\omega L_1+j\omega M)=-\frac{j\omega M}{R_4}\left(R_2+\frac{1}{j\omega C_2}\right).$$

বাস্তব অংশ এবং কাল্পনিক অংশের স্বতন্ত্র সমীকরণে পাওয়া যায় যথাক্রমে :

$$\left.\begin{aligned} &M=-C_2R_1R_4 \quad \text{এবং} \\ &M=-\frac{L_1R_4}{R_2+R_4} \end{aligned}\right\} \qquad (5.12)$$

এই দু'টি সাম্য-শর্তে ঋণাত্মক চিহ্ন M-এর ঋণাত্মক মান নির্দেশ করে। দু'টি শর্তই পরিবর্তী (বা অস্থির) প্রবাহকালীন ; এবং দুটি শর্তই একই সময়ে পূর্ণ হওয়া দরকার। R_1 এবং R_2 পর্যায়ক্রমে পরিবর্তন ক'রে এই দু'টি শর্তই পূরণ করা যায়। লক্ষ করা যায়, R_1 এবং R_2 দু'টিই কোনো একটি শর্তে উপস্থিত নেই। আরও লক্ষণীয় : L_1-এর মান অবশ্যই M-এর মানের চেয়ে বড়ো হ'তে হবে।

মন্তব্য 1. সাম্যের অন্যতম শর্ত যেহেতু $L_1=|M|\left(1+\frac{R_2}{R_4}\right)$, অতএব $L_1>|M|$। যদি $L_1<|M|$ হয়, তবে কুণ্ডলী দু'টির স্থান-বিনিময় প্রয়োজন ; অর্থাৎ, L_1 সেক্ষেত্রে মুখ্য বর্তনীতে এবং অন্য কুণ্ডলীটি (L_2) গৌণ বর্তনীতে (AB বাহুতে) থাকবে। অবশ্য, এমনও হ'তে পারে, L_1 এবং L_2 দুটিই $|M|$ -এর চেয়ে বড়। সেক্ষেত্রে যে কোনো কুণ্ডলীই গৌণ বর্তনীতে স্থান পেতে পারে।

2. AF বাহুর যদি সামান্য রোধও (ΔR) থাকে, তবে $ABFA$-পরিপথে কির্‌কফ্‌-এর সূত্র প্রয়োগ করলে পাই

$$(R_1+j\omega L_1)i_2+j\omega M(i_1+i_2)-\Delta R.i_1=0$$

[যেহেতু $i=i_1+i_2$]

এবং $BDFB$-পরিপথ থেকে পাই

$$\left(R_2+\frac{1}{j\omega C_2}\right)i_2-R_4 i_1=0$$

এই দু টি সমীকরণকে যথাক্রমে লেখা যায়

$$(R_1+j\omega L_1+j\omega M)i_2=(\Delta R-j\omega M)i_1$$

এবং $\left(R_2-\dfrac{j}{\omega C_2}\right)i_2=R_4 i_1.$

অতএব, $(R_1+j\omega L_1+j\omega M)R_4=\left(R_2-\dfrac{j}{\omega C_2}\right)(\Delta R-j\omega M)$

বাস্তব রাশিগুলোর সমীকরণে পাওয়া যায়,

$$R_1 R_4=R_2.\Delta R-\frac{M}{C_2};$$

এবং কাল্পনিক রাশিগুলোর সমীকরণে হয়

$$L_1=-M\left(1+\frac{R_2}{R_4}\right)-\frac{\Delta R}{\omega^2 C_2 R_4}.$$

সাম্যের শেষোক্ত শর্তটি কম্পাঙ্ক-নির্ভর হয়ে পড়ছে। $\Delta R=0$ হ'লে এই শর্ত দু'টি পূর্বোক্ত শর্তের অনুরূপ।

3. এখানে প্রসঙ্গক্রমে বলা যায়—স্ব-আবেশ পরিমাপের জালকেও দ্বৈত বা পারস্পরিক আবেশের পরিমাপ সম্ভব, যদিও বাঞ্ছনীয় নয়। ধরা যাক, দু'টি কুণ্ডলীর স্ব-আবেশ L_1 ও L_2, এবং তাদের পারস্পরিক আবেশের মান M। কুণ্ডলী দু টি সংযুক্ত ক'রে একটি কুণ্ডলীতে পরিণত করা যায় দু'ভাবে, যা'র ফলে সংযুক্ত কুণ্ডলীর স্ব-আবেশ হয়

$L'=L_1+L_2+2M$ বা $L''=L_1+L_2-2M$

অতীত অধ্যয়নের সূত্রে যা' আমাদের জানা আছে। এই দুই সংযোগ একটির পর একটি ব্যবহার ক'রে L' এবং L'' সহজেই নির্ণয় করা যায় স্ব-আবেশের জন্য নির্ধারিত জালকের সাহায্যে। এবারে আমরা অনায়াসে M নির্ণয় করতে পারি, যেহেতু $L'-L''=4M$। বলা বাহুল্য, কুণ্ডলী দু টি পরস্পরের সাপেক্ষে দৃঢ়ভাবে সংলগ্ন না-থাকলে এই পদ্ধতি কার্যকর হ'তে পারে না। পরীক্ষা চলার সময়ে একটি কুণ্ডলীর তুলনায় অন্যটির অবস্থান স্থির না-থাকলে M-এর মান পরিবর্তিত হয়ে যাবে। কিন্তু, এই পদ্ধতির মূল আপত্তিকর বিষয়টি অন্য। L' এবং L''-এর পরিমাপ যতটা নিখুঁতভাবে হবে, M-এর মান ততটা নিখুঁত না-হওয়াই সম্ভব, যেহেতু আমরা M নির্ণয় করছি পরিমাপলব্ধ 'টিদু ফলের অন্তরফল হিসেবে [সর্বশেষ সমীকরণ দ্রষ্টব্য]। ধরা যাক, L' ও

L''-এর পরিমাপে শতকরা দু'ভাগের বেশী ভুল হয় না। এ অবস্থায় L' ও L''-এর পরিমাপলব্ধ মান যদি 100 এবং 75 একক হয়, তবে—সবচেয়ে দুর্ভাগ্যজনক ক্ষেত্রে—এদের প্রকৃত মান হ'তে পারে 102 এবং 73·5। অতএব, M-এর প্রকৃত মান 7·12 একক ; কিন্তু, আমাদের পরীক্ষাগত ফল হবে 6·25 একক। অর্থাৎ, M এর পরিমাপে শতকরা 12 ভাগেরও বেশী ভুল হ'ল।

5.5 রবিন্‌সন-জালক : [তড়িচ্চালক বলের কম্পাঙ্ক পরিমাপ]

5.2—5.4 অনুচ্ছেদে আলোচিত জালকের সাম্য-শর্তগুলি সবই কম্পাঙ্ক নিরপেক্ষ। সুতরাং কম্পাঙ্কর পরিবর্তন ঐ জালকগুলির সাম্য নষ্ট করে না। কিন্তু, কম্পাঙ্ক পরিমাপের জালক এমন হওয়া দরকার, যাতে একটিমাত্র কম্পাঙ্কেই জালকে সাম্য প্রতিষ্ঠিত হয়। বলা বাহুল্য, পরীক্ষাধীন তড়িচ্চালক বলেরও একটিমাত্র কম্পাঙ্ক থাকা দরকার। পূর্ণ গুণিতকের কম্পাঙ্ক বাস্তবে প্রায়ই উপস্থিত থাকে, এবং পরীক্ষায় অসুবিধা ঘটায়। এক্ষেত্রে দূর-ভাষের গ্রাহক R-এর সাহায্যে সাম্যাবস্থার নির্দেশ পাওয়া কঠিন হয়, এবং, পরিবর্তে, কম্পন-গ্যালভ্যানোমিটারের ব্যবহার অধিকতর সুবিধাজনক হয়ে থাকে।

চিত্র : 40

40 নং চিত্রে এই জালকের পরিকল্পনা দেখানো হ'ল। এটিকে সার্বিক জালকের বিশেষ রূপ হিসাবে গণ্য করা যায়, (5.3)-সমীকরণ থেকে সাম্যাবস্থাটির শর্ত সহজেই বা'র করা সম্ভব। আমরা এখানে সম্পূর্ণ নিরপেক্ষভাবে এই শর্ত বা'র করছি। চিত্রে সাম্যাবস্থায় বিভিন্ন শাখায় ক্ষণিক প্রবাহ দেখানো হয়েছে।

AR_1BA-পরিপথের জন্য : $R_1 i_3 - \dfrac{1}{j\omega C_1} i_2 = 0.$

$ABFA$-পরিপথের জন্য : $\left(R_3 + \dfrac{1}{j\omega C_3}\right) i_1 - \dfrac{1}{j\omega C_1} i_2 = 0,$

$FDBF$-পরিপথের জন্য : $R_4 i_1 - R_2(i_2 + i_3) = 0$

$AFBR_1A$-পরিপথের জন্য : $R_1 i_3 - \left(R_3 + \dfrac{1}{j\omega C_3}\right) i_1 = 0.$

দ্বিতীয় ও তৃতীয় সমীকরণ অনুসারে :

$$\left(R_3+\frac{1}{j\omega C_3}\right) i_1 - \frac{1}{j\omega C_1}\left(\frac{R_4}{R_2}\, i_1 - i_3\right)=0.$$

এই সমীকরণ ও চতুর্থ সমীকরণের সাহায্যে পাওয়া যায় :

$$\left(R_3+\frac{1}{j\omega C_3}\right) i_1 - \frac{R_4}{j\omega C_1 R_2}\, i_1 + \frac{1}{j\omega C_1}\frac{\left(R_3+\dfrac{1}{j\omega C_3}\right)}{R_1}\, i_1=0.$$

বা, $$R_3+\frac{1}{j\omega C_3}-\frac{R_4}{j\omega C_1 R_2}+\frac{R_3}{j\omega C_1 R_1}-\frac{1}{\omega^2 C_1 C_3 R_1}=0.$$

প্রথম সমীকরণটি আমরা ব্যবহার করিনি ; পরবর্তী তিনটি ব্যবহার করেছি। প্রথম, দ্বিতীয় ও চতুর্থ সমীকরণের সাহায্যেও শেষোক্ত সমীকরণ অনায়াসে পাওয়া যায়। শেষোক্ত ফলের বাস্তব অংশের সমীকরণে হয়

$\omega^2=\dfrac{1}{C_1 C_3 R_1 R_3}$, এবং কাল্পনিক অংশের সমীকরণে পাওয়া যায়

$$\frac{R_4}{R_2}=\frac{R_3}{R_1}+\frac{C_1}{C_3}$$

রবিন্‌সন্ (Robinson) এই ফলাফল আরও সরল করেছিলেন এইভাবে :
$C_1=C_3$ ($=C$, ধরা যাক), এবং $R_1=R_3$ ($=R$, ধরা যাক)।

অতএব,

$$\omega=\frac{1}{CR} \quad \text{এবং} \quad 2R_2=R_4.$$

বলা বাহুল্য, $\omega=2\pi f$, যেখানে f নির্ণেয় কম্পাঙ্ক।

তড়িচ্চালক বলের কম্পাঙ্ক বা'র করার আরও অনেক জালক আছে। কিন্তু, রবিন্‌সনের জালকের বিশেষ গুণ হচ্ছে কেবল ধারক ও রোধ ব্যবহার করা, এবং কোনো আবেশী কুণ্ডলী ব্যবহার না-করা, অথবা আবেশী সংযোগ না-রাখা। জালকটির প্রকৃত উদ্ভাবক ভিন্ (Wien) এবং দু'টি ধারকত্বর তুলনার জন্য প্রথমে এটি ব্যবহৃত হয়েছিল।

মন্তব্য : স্ব-আবেশ বা পারস্পরিক আবেশের অনুপস্থিতি রবিন্‌সন্-জালকের বিশেষ বাঞ্ছিত বৈশিষ্ট্য। অন্যথায় প্রদত্ত পরিবর্তী তড়িচ্চালক বলের

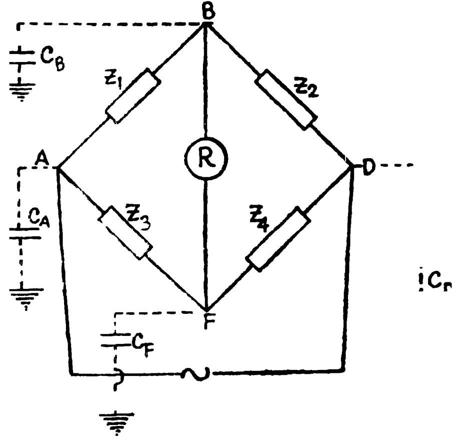
কম্পাঙ্ক আরও সহজে নির্ধারিত হ'তে পারতো। শ্রেণী-অনুনাদের প্রয়োগে একটি পদ্ধতি হ'তে পারে এই রকম :

দ্বিতীয়, তৃতীয় ও চতুর্থ [আমাদের অনুসৃত রীতি অনুযায়ী] বাহুতে কেবল বিশুদ্ধ রোধ, এবং প্রথম বাহুতে একটি পরিবর্তনযোগ্য ধারক (C) ও একটি পরিবর্তনযোগ্য স্ব-আবেশ (L) রাখা হ'ল—যা'দের মান আমাদের সঠিক জানা থাকবে। (চিত্রটি পাঠকের পক্ষে সহজেই এঁকে নেওয়া সম্ভব।) এখন যদি দ্বিতীয় ও চতুর্থ বাহুর রোধ সমান হয়, তবে গ্রাহকটি নিস্পন্দ হবে তখনই—যখন অন্য দু'টি বাহুর সদিশ পরারোধ সমান। কিন্তু, তৃতীয় বাহুতে বিশুদ্ধ রোধ (R) থাকায় এই রোধ প্রথম বাহুর কেবলমাত্র রোধের সমান হবে, এবং প্রথম বাহুর সদিশ পরারোধের কাল্পনিক অংশ, অর্থাৎ $j\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C}\right)$, 'শূন্য' হবে। এটা, বলা বাহুল্য, শ্রেণী অনুনাদেরই শর্ত। এ অবস্থায় $L=\dfrac{1}{\omega^2}\cdot\dfrac{1}{C}$। C-র বিভিন্ন মান-এর জন্য প্রত্যেক বা'রই L এবং তৃতীয় বাহুর রোধ (R) পরিবর্তন ক'রে সাম্য প্রতিষ্ঠা করতে হবে। এবারে $L-\dfrac{1}{C}$ লেখ-চিত্রের নতি $\left(\dfrac{1}{\omega^2}\right)$ থেকে ω বা $\dfrac{\omega}{2\pi}$ সহজেই নির্ধারিত হবে। প্রথম বাহুতে একটি বিশুদ্ধ রোধের সংযুক্তিও কাম্য হ'তে পারে।

5.6. ভাগ্‌নের্‌-এর ভু-সংযোগ

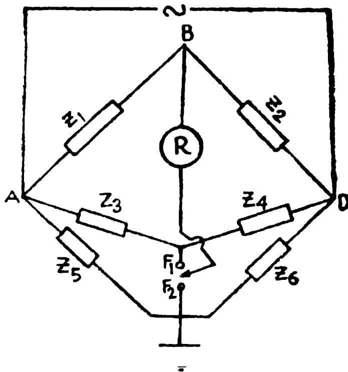
পরিবর্তী প্রবাহের সাম্য-জালকের পরীক্ষায় সাধারণভাবে অসুবিধাজনক যে সব কারণ আছে, তাদের ভিতরে অন্যতম হ'ল বিক্ষিপ্ত ধারকত্ব। যেহেতু জালকের বিভিন্ন বাহুর যন্ত্রাংশগুলি পৃথিবীর বিভবে রাখা নেই, অতএব—পৃথিবী এবং ঐ যন্ত্রাংশের ভিতরে বিভিন্ন মানের ধারকত্ব কাজ করবে। যন্ত্রে পরীক্ষাকারীর হাতের স্পর্শ, এমন কি নিকট অবস্থান, বিক্ষিপ্ত ধারকত্ব দেখা দেবার কারণ হ'তে পারে। অল্প মানের ধারকত্ব ব্যবহারের সময়ে, এবং উচ্চ কম্পাঙ্কে,—এই বিক্ষিপ্ত ধারকত্বজনিত অশুদ্ধি নগণ্য না-ও হ'তে পারে। 41-(ক) নং চিত্রে একটি যে কোনো সাম্য-জালকের ক্ষেত্রে বিক্ষিপ্ত ধারকত্বের অস্তিত্ব দেখানো হয়েছে। তবে, আঁকার সুবিধের জন্য এবং আলোচনার সরলতার

জন্য বিভিন্ন বাহুর সংযোগকারী বিন্দুর সাপেক্ষে বিক্ষিপ্ত ধারকত্বগুলি নির্দেশ করা হয়েছে। যেমন: B-বিন্দু ভূ-বিভবে নেই; তাই B এবং ভূ-পৃষ্ঠের মধ্যে কাজ করছে একটি অদৃশ্য ধারক —যা'র ধারকত্ব, ধরা যাক, C_B; ইত্যাদি। বলা বাহুল্য, A বা D-বিন্দু যদি ভূ-বিভবে না থাকে, এবং এই দুই বিন্দু থেকে পৃথিবীতে কার্যত প্রবাহ প্রতিষ্ঠিত হয়, তা'হলেও জালকের সাম্য-সূত্র নষ্ট হয় না; কেবল মূল প্রবাহ হ্রাস পায়, এইমাত্র। কিন্তু, B বা F থেকে ভূ-পৃষ্ঠে প্রবাহ দেখা দিলে



চিত্র 41(ক)

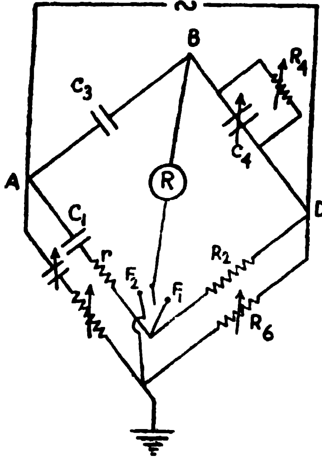
Z_1 ও Z_2 বাহুতে (অথবা, Z_3 ও Z_4 বাহুতে) সমপ্রবাহ সাম্য প্রতিষ্ঠা করবে না; অথবা, সাম্যের সময়ে Z_1 ও Z_2 (অথবা, Z_3 ও Z_4) বাহুতে সমপ্রবাহ হবে না। অতএব B ও F-বিন্দুকে ভূ বিভবে রাখা অবশ্যই দরকার; অথচ, সাক্ষাৎভাবে এই দুই বিন্দুর সঙ্গে ভূ-সংযোগ করা চলবে না। ভাগ্‌নের (Wagner) বিশেষ কৌশলে এই কাজ করেছিলেন। এই কৌশল 41-(খ) ছবিতে দেখানো হয়েছে। Z_5 ও Z_6 দু'টি সহায়ক বাহু, যা'রা যথাক্রমে Z_3 ও Z_4 বাহুর সদৃশ বাহু। গ্রাহক, Ⓡ, F_1 বা F_2-তে যুক্ত করলে যথাক্রমে মূল জালক ($Z_1Z_2Z_3Z_4$) বা সহায়ক জালক ($Z_1Z_2Z_5Z_6$) যুক্ত হয়। F_2-র সঙ্গে ভূ-সংযোগ রয়েছে।



চিত্র 41 (খ)

প্রথমে F_1 যুক্ত ক'রে মূল জালকে মোটামুটি সাম্য আনা হ'ল। এইবার সহায়ক জালক সম্পূর্ণ ক'রে (F_2 যুক্ত ক'রে) কেবল Z_5 ও Z_6-এর উপযুক্ত পরিবর্তনের সাহায্যে এই জালকে সাম্য আনা হ'ল; যদিও এই অবস্থায় বলা

চলে না $Z_1Z_6=Z_2Z_5$; কারণ—B ও F_2-বিন্দু ভূ-সংযুক্ত হওয়ায় এই দুই বিন্দু থেকে ভূ-পৃষ্ঠে প্রবাহ থাকবে। আবার F_1 যুক্ত ক'রে মূল্য জালকে সাম্য আনা হল, এবং এইবার কোনো বড়ো পরিবর্তনের প্রয়োজন হবে না। আবার F_2 যুক্ত ক'রে সহায়ক জালককে সাম্যে আনা হ'ল। এইভাবে পর্যায়ক্রমে পরীক্ষা চালিয়ে এমন অবস্থা হবে যখন F_1 এবং F_2—দুই সংযোগেই সাম্য বজায় থাকবে ; অর্থাৎ, দু'টি জালকই একই সঙ্গে সাম্যে থাকবে। সহায়ক জালক, $Z\ Z_2Z_5Z_6$, যখন সাম্যে থাকে, তখন B ও F_2 ভূ-বিভবে থাকে। এই সময়ে F_2-র পরিবর্তে F_1 যুক্ত করলেও যখন সাম্য অক্ষুণ্ণ থাকছে, তখন B ও F_1-ও কার্যত ভূ-সংযুক্ত।



চিত্র 42

ভাগ্‌নের ভূ-সংযোগ যে কোনো সাম্য-জালকে ব্যবহৃত হ'তে পারে। 42 নং চিত্রে শেরিং-জালকের সঙ্গে ভাগ্‌নের্‌-সংযোগ দেখানো হ'ল। 37 নং চিত্রের সঙ্গে এই চিত্রটি তুলনা করলে উল্লিখিত আলোচনা বুঝতে সুবিধা হবে।

পঞ্চম পরিচ্ছেদে প্রথম ব্যবহৃত পারিভাষিক শব্দ
(প্রথম ব্যবহারের ক্রম অনুসারে)

জালক / সাম্য-জালক	···	(balancing) bridge
সার্বিক	···	general / generalised
গ্রাহকযন্ত্র	···	receiver / detector
মানক (ধারক)	···	standard (capacitor)
কম্পন-গ্যালভ্যানোমিটার	···	vibration galvanometer
ভূ-সংযোগ	···	earth-connexion
বিক্ষিপ্ত (ধারকত্ব)	···	stray (capacitance)
ভূ-বিভব	···	earth-potential

পরিচ্ছেদ **6**

আরও কিছু গাণিতিক সমস্যা

11. একটি ভাস্বর বাতি একটি *4μF*-ধারকের সঙ্গে শ্রেণী-সজ্জায় যুক্ত। বর্তনীর প্রবাহ 0·25 A, বাতির দুই প্রান্তের বিভব-বৈষম্য 100 V, এবং সরবরাহকারী তড়িচ্চালক বলের কম্পাঙ্ক 50/সেকেণ্ড হ'লে, এই তড়িচ্চালক বলের মান কত?

[11. An incandescent lamp is joined in series with a 4μF condenser. If the current is 0·25 A, p.d. across the lamp is 100 V, and the supply frequency 50 cps, what is the supply voltage ?]

সমাধান : বাতির রোধ, $R=\frac{100}{0{\cdot}25}\,\Omega=400\,\Omega$

এখন, সম্পূর্ণ বর্তনীর $|Z|=\left\{R^2+\frac{1}{\omega^2C^2}\right\}^{\frac{1}{2}}$

$$=\left\{(400)^2+\frac{1}{(2\pi\times50)^2(4\times10^{-6})^2}\right\}^{\frac{1}{2}}\Omega$$

$$\cong 8{\cdot}9\times10^2\,\Omega$$

সুতরাং, $E=8{\cdot}9\times10^2\times0{\cdot}25\text{ V}=222{\cdot}5\text{ V}.$

12. 200 V এবং 50/সেকেণ্ড-এর একটি পরিবর্তী তড়িচ্চালক বল একটি ধারক এবং 20 V − 5 W-এর একটি ভাস্বর বাতির শ্রেণী-সজ্জায় প্রয়োগ করা হ'ল। বাতিটি ঠিকভাবে জ্বালানোর জন্য ধারকের ধারকত্ব কত হওয়া প্রয়োজন?

[12. A 200 V − 50 cps alternating emf is applied to a series combination of a condenser and a 20 V − 5 W incandescent lamp. What should be the capacity of the condenser to run the lamp ?]

উত্তর : *4μF* (প্রায়)

13. 50 Ω-এর একটি রোধ এবং 1·0 μF-এর একটি ধারক 100 V বিস্তার এবং 50/সেকেণ্ড কম্পাঙ্কর পরিবর্তী সরবরাহের সঙ্গে শ্রেণী-সজ্জায় যুক্ত আছে। নগণ্য রোধের একটি আবেশ-কুণ্ডলী এই বর্তনীতে যুক্ত করায় প্রবাহ বৃদ্ধি পেতে দেখা গেল। এই ঘটনা ব্যাখ্যা কর; এবং সর্বাধিক প্রবাহ থাকাকালে স্ব-আবেশের পরিমাণ নির্ণয় কর। সর্বোচ্চ প্রবাহের পরিমাণও গণনা কর।

[13 A 50 Ω-resistance and a 1·0 μF capacitor are connected in series with an alternating supply of 100 V amplitude and 50 cps frequency. The addition to the circuit of an inductive coil of negligible resistance is found to cause the current to increase. Explain this, and find the value of the added self-inductance to give maximum current. Also find the value of the maximum current.]

উত্তর : প্রথম অংশের উত্তর (1.15)-সমীকরণের ভিত্তিতে সহজেই দেওয়া যাবে।

অন্যান্য প্রশ্নের উত্তর :

$L \cong 101\ H$

সর্বাধিক প্রবাহ $= 1{\cdot}41\text{A}$

14. নিম্ন রোধের একটি আবেশ-কুণ্ডলীকে মনে করা যেতে পারে শ্রেণীবদ্ধ একটি বিশুদ্ধ স্ব-আবেশ L_1 ও একটি রোধ R_1-এর তুল্য, অথবা সমান্তরালভাবে যুক্ত একটি স্ব-আবেশ L_2 ও রোধ R_2-র সমবায়ের তুল্য। প্রমাণ কর :

$$L_1 \cong L_2 \text{ এবং } R_2 \cong \frac{\omega^2 L_1^2}{R_1}$$

[14. A low resistance choke may be regarded as equivalent to a pure inductance L_1 in series with a resistance R_1, or a pure inductance L_2 in parallel with a resistance R_2. Prove that $L_1 \cong L_2$ & $R_2 \cong \dfrac{\omega^2 L_1^2}{R_1}$]

সমাধান : শ্রেণী-সজ্জায় L_1 ও R_1-এর সদিশ পরাবোধ

$Z_1 = R_1 + j\omega L_1$

সমান্তরাল সজ্জায় L_2 ও R_2-র সদিশ পরারোধ Z_2 হ'লে

$$\frac{1}{Z_2}=\frac{1}{R_2}+\frac{1}{j\omega L_2}=\frac{R_2+j\omega L_2}{j\omega L_2 R_2}$$

$$\therefore\quad Z_2=\frac{\omega^2 L_2{}^2 R_2}{R_2{}^2+\omega^2 L_2{}^2}+j\omega\frac{L_2 R_2{}^2}{R_2{}^2+\omega^2 L_2{}^2}.$$

একটি আবেশ কুণ্ডলী যদি প্রথম সজ্জা অথবা দ্বিতীয় সজ্জা—দু'টিরই তুল্য হয়, তবে অবশ্যই $Z_1=Z_2$; অর্থাৎ,

$$R_1=\frac{\omega^2 L_2{}^2 R_2}{R_2{}^2+\omega^2 L_2{}^2} \text{ এবং } L_1=\frac{L_2 R_2{}^2}{R_2{}^2+\omega^2 L_2{}^2}$$

কিন্তু, বলা আছে—কুণ্ডলীটির রোধ যথেষ্ট কম (অবশ্যই L-এর তুলনায়) ।

অর্থাৎ, $R_1 \ll L_1$; অর্থাৎ

$$\frac{\omega^2 L_2{}^2 R_2}{R_2{}^2+\omega^2 L_2{}^2} \ll \frac{L_2 R_2{}^2}{R_2{}^2+\omega^2 L_2{}^2}$$

অতএব, $\omega^2 L_2{}^2 R_2 \ll L_2 R_2{}^2$; অর্থাৎ, $\omega^2 L_2 \ll R_2$.

$$\therefore\quad R_1 \cong \frac{\omega^2 L_2{}^2 R_2}{R_2{}^2}=\frac{\omega^2 L_2{}^2}{R_2}$$

এবং

$$L_1 \cong \frac{L_2 R_2{}^2}{R_2{}^2}=L_2 \text{ ; অর্থাৎ, } L_1 \cong L_2$$

সুতরাং, $R_1 \cong \dfrac{\omega^2 L_1{}^2}{R_2}$; অর্থাৎ, $R_2 \cong \dfrac{\omega^2 L_1{}^2}{R_1}$

15. 100 V – 100 W-এর দু'টি বাতি একটি ধারক এবং 240 V, 60 / সেকেণ্ড-এর একটি সরবরাহের সঙ্গে শ্রেণী-সজ্জায় যুক্ত। বাতি দুটি স্বাভাবিকভাবে জ্বলতে হ'লে ধারকের ধারকত্ব কত হওয়া উচিত ? যদি অনুরূপ আরেকটি বাতি এই বর্তনীতে যোগ করা হয়, তবে প্রত্যেক বাতির দুই প্রান্তের বিভব-বৈষম্য কত হবে ?

[15. Two 100 V – 100 W lamps are connected in series with a condenser and a 240 V, 60 cps. supply. What is the value of the capacitance of the condenser when the lamps operate under normal working conditions ? If a third

identical lamp is added to the system, find the p.d. across each lamp.]

সমাধান : প্রথম অংশ :

দু'টি বাতির মোট ভোল্টেজ 200 V, এবং শক্তি-ক্ষয়ের হার 200 ওয়াট ;

এই সময়ে বর্তনীর প্রবাহ যদি I হয়, তবে

$IR = 200$ V, এবং $I^2R = 200$ W ;

R যদি দু'টি বাতির তুল্য রোধ হয়।

অতএব, $I = 1$ A.

সম্পূর্ণ বর্তনীর পরারোধ

$$|Z| = \left\{(200)^2 + \frac{1}{(2\pi \times 60)^2 C^2}\right\}^{\frac{1}{2}} = \frac{E}{I} = 240\ \Omega$$

অথবা, $$\frac{1}{(2\pi \times 60)^2 C^2} = (240)^2 - (200)^2 = 440 \times 40$$

$\therefore \quad C \cong 20\mu F.$

দ্বিতীয় অংশ :

আরেকটি বাতি যুক্ত হবার ফলে

$$|Z| = \left\{(300)^2 + \frac{10^{12}}{(2\pi \times 60)^2 \times (20)^2}\right\}^{\frac{1}{2}} \cong \{10 \cdot 7 \times 10^4\}^{\frac{1}{2}}$$

$$\cong 325\ \Omega$$

বর্তনীর প্রবাহ, $I = \dfrac{E}{|Z|} = \dfrac{240}{325}$ A $= 0 \cdot 73$ A

সুতরাং, প্রতিটি বাতির দুই প্রান্তের বিভব বৈষম্য

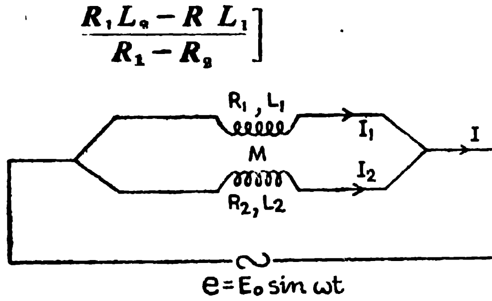
$= 100 \times 0 \cdot 73$ V $= 73$ V.

16. দু'টি কুণ্ডলীর রোধ ও স্ব-আবেশ যথাক্রমে R_1 ও R_2 এবং L_1 ও L_2। কুণ্ডলী দু'টি সমান্তরালভাবে যুক্ত, এবং সম্পূর্ণ সজ্জাটি সাইনীয় তড়িচ্চালক বলের উৎসের সঙ্গে যুক্ত। প্রমাণ কর, দু'টি কুণ্ডলীতে প্রবাহ সমদশায় থাকবে —যদি কুণ্ডলী দু'টির পারস্পরিক আবেশ

$$\frac{R_1L_2 - R_2L_1}{R_1 - R_2}$$ হয়।

[16. Two coils whose resistances are R_1 & R_2, and whose self-inductances are L_1 & L_2 respectively are connected in parallel and fed from a potential source of pure sine-wave form. Prove that the current in the two coils are in phase if the mutual inductance between them is

$$\frac{R_1 L_2 - R L_1}{R_1 - R_2}\Big]$$



চিত্র 43

সমাধান : বর্তনীটি 43 নং চিত্রে দেখানো হ'ল।

$R_1 - L_1 - L_2 - R_2$ এই সম্পূর্ণ পথের জন্য

$$(R_1 + j\omega L_1) I_1 + j\omega M I_2 - (R_2 + j\omega L_2) I_2 - j\omega M I_1 = 0,$$

যেহেতু এই পথে তড়িচ্চালক বলের কোনো উৎস নেই। সুতরাং,

$$\{R_1 + j\omega(L_1 - M)\} I_1 = \{R_2 + j\omega(L_2 - M)\} I_2.$$

এখানে বর্গ-গড়-মূল প্রবাহ I_1, I_2-র পরিবর্তে ক্ষণিক মান i_1, i_2-ও ব্যবহার করা যেতে পারে। কারণ, দশা-পার্থক্যর প্রশ্নটি বাদ দিলে

$$i_1 = I_1 \sqrt{2} \sin \omega t \text{ এবং } i_2 = I_2 \sqrt{2} \sin \omega t \text{ ;}$$

সুতরাং, ঐ সমীকরণই বজায় রইল। বস্তুত, দশা-পার্থক্য দেখা দেবে ঐ সমীকরণের দু'দিকের জটিল রাশি থেকে। আমরা জানি, $(a + jb)$ এই জটিল রাশিকে $\sqrt{a^2 + b^2} \cdot e^{j\phi}$ লেখা যায়, যেখানে $\phi = \tan^{-1}(\frac{b}{a})$। এই ϕ $\sin \omega t$ বা $Im\, e^{j\omega t}$-র সঙ্গে যুক্ত হয়ে দশা-পার্থক্য ঘটায়। i_1 ও i_2 যদি সমদশায় থাকে, তবে অবশ্যই

$$\tan^{-1}\left\{\frac{\omega(L_1 - M)}{R_1}\right\} = \tan^{-1}\left\{\frac{\omega(L_2 - M)}{R_2}\right\} \text{ হবে।}$$

অর্থাৎ, $\frac{L_1 - M}{R_1} = \frac{L_2 - M}{R_2}$ হবে;

অর্থাৎ, $M = \frac{R_1 L_2 - R_2 L_1}{R_1 - R_2}$ হবে।

17. নগণ্য রোধ এবং যথাক্রমে L_1 ও L_2 স্ব-আবেশ বিশিষ্ট দু'টি কুণ্ডলী সমান্তরাল সজ্জায় আছে। কুণ্ডলী দু'টির পারস্পরিক আবেশ যদি M হয়, তবে প্রমাণ কর : সমবায়টির তুল্য স্ব-আবেশ

$$\frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M}$$

[17. If two coils with self-inductance L_1 & L_2 respectively, and negligible resistance, are arranged in parallel, and if M is the mutual inductance of the system, show that its equivalent self inductance is

$$\left.\frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M}\right]$$

সমাধান : 43 নং ছবিটি এক্ষেত্রেও বিবেচনা করা যেতে পারে। তবে, এক্ষেত্রে $R_1 = 0 = R_2$। এখন, $L_1 - L_2$ এই সম্পূর্ণ পথের জন্য

$j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2 - j\omega L_2 I_2 - j\omega M I_1 = 0$, যেহেতু এই পথে তড়িচ্চালক বলের কোনো উৎস নেই। অতএব,

$$I_2 = \frac{L_1 - M}{L_2 - M} I_1.$$

এইবার $e - L_1$ এবং $e - L_2$ পথের জন্য যথাক্রমে লেখা যায় :

$$E = j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2 \quad \text{এবং}$$

$$E = j\omega L_2 I_2 + j\omega M I_1$$

অতএব, $E = j\omega\{L_1 I_1 + M I_2\} = j\omega\{L_2 I_2 + M I_1\}$

অর্থাৎ, $$E = j\omega\left\{\frac{L_1 L_2 - M^2}{L_2 - M}\right\} I_1 = j\omega\left\{\frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 - M}\right\} I_2$$

মূল প্রবাহ, $I = I_1 + I_2$

$$= \frac{E}{j\omega}\left\{\frac{L_2 - M}{L_1 L_2 - M^2} + \frac{L_1 - M}{L_1 L_2 - M^2}\right\}$$

তুল্য কুণ্ডলীর স্ব-আবেশ যদি L হয়, তবে অবশ্যই $I = \dfrac{E}{j\omega L}$ হবে।

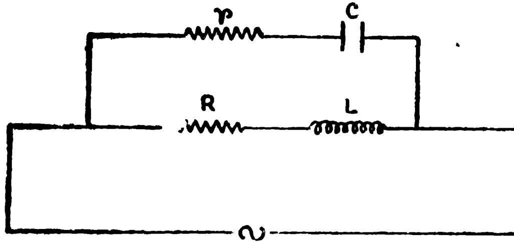
সুতরাং, $$L = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M}.$$

18. C-ধারকত্ব বিশিষ্ট একটি ধারক r-রোধ বিশিষ্ট একটি তারের সাহায্যে একটি কুণ্ডলীর সঙ্গে সমান্তরালভাবে যুক্ত আছে। কুণ্ডলীর স্ব-আবেশ L এবং মোট রোধ R। এই সম্পূর্ণ সজ্জাটিতে $2\pi/\omega$ সময়কালবিশিষ্ট একটি পরিবর্তী তড়িচ্চালক বল প্রয়োগ করা হ'ল। প্রমাণ কর, উল্লিখিত সজ্জাটিকে স্ব-আবেশহীন একটি পরিবাহীর সঙ্গে তুলনা করা যায়, যদি

$$\left\{R^2-\left(\frac{L}{C}\right)\right\}=\omega^2 LC\left\{r^2-\frac{L}{C}\right\} \text{ হয়।}$$

[**18. A condenser of capacity C is connected by leads of resistance r, so as to be in parallel with a coil of self-induction L, the resistance of the coil and its leads being R. If this arrangement forms part of a circuit in which there is an e.m.f. of period $2\pi/\omega$, show that it can be replaced by a wire without self-induction if,**

$$\left\{R^2-\left(\frac{L}{C}\right)\right\}=\omega^2 LC\left\{r^2-\frac{L}{C}\right\}].$$



চিত্র 44

সমাধান : 44 নং চিত্রে বর্তনীটি দেখানো হ'ল। সম্পূর্ণ বর্তনীর সদিশ পরারোধ যদি Z-হয়, তবে বলা বাহুল্য :

$$\frac{1}{Z}=\frac{1}{R+j\omega L}+\frac{1}{r+\dfrac{1}{j\omega C}}=\frac{1}{R+j\omega L}+\frac{j\omega C}{1+j\omega Cr}$$

$$=\frac{1+j\omega Cr+j\omega CR-\omega^2 LC}{R+j\omega CrR+j\omega L-\omega^2 LCr}$$

$$=\frac{(1-\omega^2 LC)+j\omega(Cr+CR)}{(R-\omega^2 LCr)+j\omega(L+CrR)}\cdot\frac{(R-\omega^2 LCr)-j\omega(L+CrR)}{(R-\omega^2 LCr)-j\omega(L+CrR)}$$

$=a+jb$, ধরা যাক।

সুতরাং, $Z=\frac{1}{a+jb}=\frac{a-jb}{\sqrt{a^2+b^2}}=R'+j\omega L'$, ধরা যাক।

তুল্য পরিবাহী যদি স্ব-আবেশহীন হয়, তবে $L'=0$ হওয়া উচিত। অর্থাৎ, $b=0$ হওয়া উচিত। b-এর সম্পূর্ণ মান বা'র করার দরকার নেই; কেবল 'লব'টি নির্ণয় করলেই চলবে। কারণ, $b=0$ হলে b-এর লবটিও 'শূন্য' হবে। স্পষ্টতই, এই লবটি হবে

$$\omega(Cr+CR)(R-\omega^2LCr)-\omega(1-\omega^2LC)(L+CrR)$$

অতএব, $CrR-\omega^2LC^2r^2+CR^2-\omega^2LC^2rR$

$$=L-\omega^2L^2C+CrR-\omega^2LC^2rR$$

$$\therefore\quad -\omega^2LCr^2+R^2=\frac{L}{C}-\omega^2L^2$$

অর্থাৎ, $R^2-\frac{L}{C}=\omega^2LC\left(r^2-\frac{L}{C}\right)$

19. 18 নং সমস্যায় তুল্য-পরিবাহীর রোধ নির্ণয় কর।

[19. Find the resistance of the equivalent wire in problem 18.]

সমাধান: চিত্র 44-এ $C-r$ এবং $L-R$ দু'টি শাখার প্রান্তেই তড়িচ্চালক বল অভিন্ন এবং e-এর সমান, যেখানে $e=E_0 \sin \omega t$ (ধরা যাক)। $L-R$ এবং $C-r$ শাখায় তাৎক্ষণিক প্রবাহ যদি যথাক্রমে i_1 ও i_2 হয়, তবে

$$e=L\frac{di_1}{dt}+Ri \text{ এবং } e=ri_2+\frac{Q}{C}.$$

[Q হচ্ছে ঐ মুহূর্তে ধারকের যে কোনো পাতে সঞ্চিত আধানের পরিমাণ।]

সম্পূর্ণ সজ্জাটিকে যদি একটি বিশুদ্ধ রোধ (R') দিয়ে প্রতিস্থাপিত করা যায়, তবে $e=iR'$ যেখানে $i=$ তাৎক্ষণিক মূল প্রবাহ। অবশ্যই $i=i_1+i_2$।

অতএব, $L\frac{di_1}{dt}+Ri_1=ri_2+\frac{Q}{C}=iR'.$

দশা-পদ গণ্য না করলে লেখা যায়

$i_1\sim I_1 Im\ e^{j\omega t},\ i_2\sim I_2 Im\ e^{j\omega t},\ i\sim I\ Im\ e^{j\omega t}.$

অতএব, শেষোক্ত সমীকরণগুচ্ছ থেকে লেখা যায় :

$j\omega L_1 + RI_1 = IR'$ এবং $rI_2 + \frac{1}{j\omega C} I_2 = IR'$

যেহেতু $I_1 + I_2 = I$ অতএব :

$$\frac{R'}{R + j\omega L} + \frac{R'}{r + \frac{1}{j\omega C}} = 1$$

বা, $(R + j\omega L)(j\omega Cr + 1) = R'\{(1 + j\omega Cr) + j\omega C(R + j\omega L)\}$

বাস্তব রাশিগুলোর সমীকরণে হয়

$$R - \omega^2 LCr = R'\{1 - \omega^2 LC\} \quad \cdots \quad \cdots \quad (a)$$

পূর্ববর্তী সমস্যার সমাধানে আমরা পেয়েছি প্রদত্ত সজ্জাটির স্ব-আবেশহীন হবার শর্ত :

$$\omega^2 = \frac{(CR^2 - L)}{LC(Cr^2 - L)}.$$

অতএব, $$R' = \frac{R - \omega^2 LCr}{1 - \omega^2 LC} = \frac{R - \frac{r(CR^2 - L)}{(Cr^2 - L)}}{1 - \frac{(CR^2 - L)}{(Cr^2 - L)}}$$

বা, $$R' = \frac{\left(rR + \frac{L}{C}\right)}{r + R}.$$

অথবা, কাল্পনিক রাশিগুলোর সমীকরণে আরও সহজে পাওয়া যেত :

$$CrR + L = R'\{Cr + CR\}$$

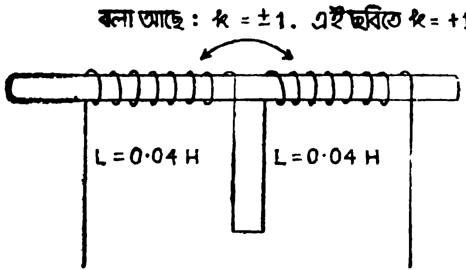
$$\therefore \quad R' = \frac{\left(rR + \frac{L}{C}\right)}{r + R}.$$

লক্ষণীয় : R'-এর এই মান (a)-সমীকরণে বসালে পূর্ববর্তী সমস্যারও সমাধান হয়।

20. দু'টি নিম্ন রোধবিশিষ্ট কুণ্ডলীর প্রত্যেকটির স্ব-আবেশ 0·04H এবং একই লৌহগর্ভ। যুগ্মন গুণাঙ্ক ± 1। কুণ্ডলী দু'টি যখন শ্রেণী-সজ্জায় থাকে, তখন -প্রমাণ কর—মোট স্ব-আবেশ হয় 0·16H অথবা 'শূন্য'। যখন সমান্তরাল সজ্জায় থাকে, তখন—প্রমাণ কর—মোট স্ব-আবেশ হয় 0·04H অথবা 'শূন্য'।

[20. Two low resistance coils each with a self-inductance

of 0.04 H are wound on a common iron core, the co-efficient of coupling being ± 1. If the coils are connected in series, show that the effective self-inductance is either 0·16 H or zero. When the coils are connected in parallel, prove that the self-inductance of the system is 0·04 H or zero.]



চিত্র 45

সমাধান : 45 নং চিত্রে কুণ্ডলী দু'টির শ্রেণী-সজ্জার অবস্থা দেখানো হ'ল ধনাত্মক k-তে। জানা আছে, $k = \pm \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$। সুতরাং এক্ষেত্রে $L = \pm M$; যেহেতু $L_1 = L_2 = L$, ধরা যাক। দু'টি কুণ্ডলীতে প্রবাহমাত্রা অভিন্ন হবে।

সুতরাং, দু'টিরই সদিশ পরাবোধ হবে $(j\omega L + j\omega M)$; এবং পরাবোধ হবে $(\omega L + \omega M)$। সুতরাং, সম্পূর্ণ সজ্জাটির পরাবোধ হবে $2(\omega L + \omega M) = 4\omega L$ অথবা 0। [যেহেতু $L = \pm M$]

দু'টি কুণ্ডলীর পরিবর্তে একটি তুল্য-কুণ্ডলী ব্যবহার করলে তুল্য কুণ্ডলীর পরিরোধও হবে $4\omega L$ অথবা 0 ; অর্থাৎ, $\omega.4L$ অথবা 0। একটি কুণ্ডলীর L' স্ব-আবেশের জন্য পরিরোধ হয় $\omega L'$, অতএব, তুল্য-কুণ্ডলীর স্ব-আবেশ $4L$ অথবা 0 ; অর্থাৎ, 0·16 H অথবা 0।

সমান্তরাল সমবায়ের ক্ষেত্রে তুল্য-কুণ্ডলীর স্ব-আবেশ যদি L' হয়, তবে সদিশ পরিরোধ $j\omega L'$। অতএব,

$$\frac{1}{j\omega L'} = \frac{1}{j\omega(L+M)} + \frac{1}{j\omega(L+M)}\,; \quad \text{অর্থাৎ,} \quad \frac{1}{L'} = \frac{2}{L+M}$$

অতএব, $L' = 0{\cdot}04\ H$ অথবা 0 [যেহেতু, $L = \pm M$]

21. অনুনাদী L-C-R বর্তনীর ক্ষেত্রে প্রমাণ কর :

$$Q = \frac{\omega_0 \times \text{সঞ্চিত শক্তি (বর্তনীর)}}{\text{শক্তি ব্যয়ের হার}}$$

[21. For the series resonant circuit, prove that

$$Q = \frac{\omega_0 \times \text{stored energy}}{\text{rate of energy dissipation}}$$]

22. *A* এবং *B* বিন্দুর ভিতরে একটি ধারক (ধারকত্ব *C*) আছে ; *B* থেকে *D*-এর সংযোগকারী পরিবাহীর রোধ R ; *A* এবং *F* একটি কুণ্ডলীর মাধ্যমে যুক্ত—যা'র স্ব-আবেশ *L* ; *B* এবং *F*-এর সংযোগকারী তারের রোধ *R* ; এবং *D* ও *F* এর মধ্যে একটি রোধ *R* যুক্ত। *A* এবং *D* বিন্দুর ভিতরে তড়িচ্চালক বল $e = E_0 \cos \omega t$ প্রয়োগ করা হ'ল। প্রমাণ কর, *B* এবং *F* বিন্দুর ভিতরে প্রবাহের বিস্তার $\dfrac{E_0(1+\omega^2 LC)}{\{4R^2(1-\omega^2 LC)^2+\omega^2(3L+CR^2)^2\}^{\frac{1}{2}}}$,

এবং প্রযুক্ত তড়িচ্চালক বল ও এই প্রবাহের মধ্যে দশা-বৈষম্য

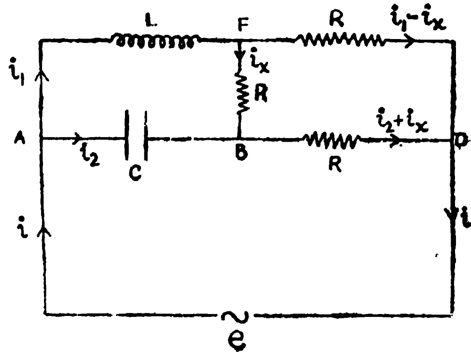
$$\tan^{-1}\left\{\frac{\omega(3L+CR^2)}{2R(\omega^2 LC-1)}\right\}.$$

[22. Points *A* and *B* are connected by a condenser of capacity *C*, *B* and *D* by a wire of resistance *R* ; *A* and *F* by a coil of inductance *L* ; *B* and *F* by a wire of resistance *R* ; *D* and *F* by a resistance *R*. An alternating e. m. f. $E_0 \cos \omega t$ is applied between *A* and *D*. Show that the amplitude of the current in *BF* is $\dfrac{E_0(1+\omega^2 LC)}{\{4R^2(1-\omega^2 LC)^2+\omega^2(3L+CR^2)^2\}^{\frac{1}{2}}}$

and that the difference in phase between this current and the applied e.m.f. is

$$\tan^{-1}\left\{\frac{\omega(3L+CR^2)}{2R(\omega^2 LC-1)}\right\}$$]

সমাধান : বর্তনীটি 46নং চিত্রে দেখানো হয়েছে। ব্যাখ্যা নিষ্প্রয়োজন। আমাদের বা'র করতে হবে i_x-এর বিস্তার।



চিত্র 46

এখন, $A(L)F(R)B(C)A$-এই সম্পূর্ণ পথের জন্য লেখা যায়

$$j\omega L\, i_1 + R i_x + \frac{j}{\omega C} i_2 = 0 \qquad \cdots \qquad (ক)$$

$F(R)D(R)BF$-এই পথের জন্য :

$R(i_1-i_x)-Ri_x-R(i_2+i_x)=0$

বা, $Ri_1-3Ri_x-Ri_2=0$ ... (খ)

$eAFDe$-এই পথের জন্য : $j\omega Li_1+R(i_1-i_x)=e$

বা, $(j\omega L+R)i_1-Ri_x+0.i_2=e$ ... (গ)

(ক), (খ) ও (গ) সমীকরণ থেকে ক্র্যামারের পদ্ধতিতে i_x বা'র করা যায় :

$$i_x=\frac{-\begin{vmatrix} j\omega L & \frac{j}{\omega C} & 0 \\ R & -R & 0 \\ (j\omega L+R) & 0 & e \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} j\omega L & R & \frac{j}{\omega C} \\ R & -3R & -R \\ (j\omega L+R) & -R & 0 \end{vmatrix}} \qquad \ldots \ldots \qquad (ঘ)$$

i_x-এর 'লব' $=jeR\left(\frac{1}{\omega C}+\omega L\right)$

এবং 'হর' $=-\left\{\left(R^3+\frac{3RL}{C}\right)+j\omega\left(2LR^2-\frac{2R^3}{\omega^2 C}\right)\right\}$

$$\therefore \quad x=\frac{jeR\left(\frac{1}{\omega C}+\omega L\right)}{\left(R^3+\frac{3RL}{C}\right)+j\omega\left(2LR^2-\frac{2R}{\omega^2 C}\right)}$$

[ঋণাত্মক চিহ্ন অনাবশ্যকবোধে বর্জিত হ'ল।]

$$=\frac{eR\left(\frac{1}{\omega C}-\omega L\right)}{\omega\left(2LR^2-\frac{2R^3}{\omega^2 C}\right)-j\left(R^3+\frac{3RL}{C}\right)} \qquad \ldots \qquad (ঙ)$$

এখান থেকে i_x-এর বিস্তার সহজেই বা'র করা যায়। e-এর বিস্তার E_0 ; এবং $\frac{1}{x-jy}$-এর বিস্তার (মান) অবশ্যই $\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}$। সুতরাং, i_x-এর বিস্তার

$$|\,i_x\,|=\frac{E_0R\left(\frac{1}{\omega C}-\omega L\right)}{\left\{\omega^2\left(2LR^2-\frac{2R^3}{\omega^2 C}\right)^2+\left(R^3+\frac{3RL}{C}\right)^2\right\}^{\frac{1}{2}}}$$

সহজেই দেখানো চলে, ডান দিকের রাশি প্রশ্নের প্রদত্ত রাশির সমান

এইবার, সমীকরণ (ঙ)-কে এইভাবে লেখা যেতে পারে :

$$i_a=\frac{e}{a-jb}=\frac{e}{Z}$$

যেহেতু, $e=E_0 \cos \omega t = E_0 Re\, e^{j\omega t}$, অতএব,

$$i_a=\frac{E_0\, Re\, e^{j(\omega t+\phi)}}{|Z|}, \quad \text{যেখানে } \phi=\tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right).$$

(ঙ)-সমীকরণ থেকে সহজেই বোঝা যাবে a এবং b-এর অর্থ ; এবং

$$\tan\phi=\frac{\left(R^3+\frac{3RL}{C}\right)}{\omega\left(2LR^2-\frac{2R^2}{\omega^2 C}\right)}=\frac{\omega(3L+R^2C)}{2R(\omega^2LC-1)}$$

23. একটি কুণ্ডলীর দুই প্রান্তে 50 V এবং 50/সেকেণ্ড-এর পরিবর্তী তড়িচ্চালক বল প্রয়োগ করা হ'ল এবং দেখা গেল—শক্তি ক্ষয়ের হার 100 W। কিন্তু, কম্পাঙ্ক দ্বিগুণ করায় দেখা গেল ঐ হার 50 W। কুণ্ডলীর স্ব-আবেশ এবং রোধ বা'র কর।

[23. *A* 50 V-50 cps alternating e m.f. is applied across a coil, when the power consumed is found to be 100 W. When the frequency is doubled, the power becomes 50 W. Find the self-inductance and the resistance of the coil]

উত্তর : 37·3 *mH* এবং 16·7 Ω.

24. একই পরিবর্তী তড়িচ্চালক বলের উৎস থেকে দু'টি কারখানায় সংযোগ আছে। প্রথম কারখানায় প্রবাহ 250 *A* এবং শক্তি-সূচক 0·75। দু'টি কারখানা একসঙ্গে বিবেচনা করলে—প্রবাহ 400 *A* এবং শক্তি-সূচক 0·62। দু'টি কারখানার ক্ষেত্রেই যদি প্রবাহ তড়িচ্চালক বল থেকে পিছিয়ে থাকে, তবে দ্বিতীয় কারখানার প্রবাহ এবং শক্তি-সূচক বা'র কর।

[24. Two factory buildings are supplied from the same a.c. mains. The first factory takes a load of 250 *A* at a power factor of 0·75. The two factories togather have a load of 400 *A* and a power factor of 0·62. Assuming that the current lags in each instance, calculate the load and power factor of the second factory.]

সমাধান : অনুচ্ছেদ 2.10 দ্রষ্টব্য। কিন্তু, এই ক্ষেত্রে দু'টি প্রবাহই তড়িচ্চালক বলের পশ্চাদ্‌বর্তী। অতএব, এক্ষেত্রে হবে

$I \cos \phi = I_1 \cos \phi_1 + I_2 \cos \phi_2$ এবং

$I \sin \phi = I_1 \sin \phi_1 + I_2 \sin \phi_2$

দেওয়া আছে : $\cos \phi_1 = 0{\cdot}75$; $\cos \phi = 0{\cdot}62$

এবং $I_1 = 250\ A$ ও $I = 400\ A$

সুতরাং, $I_2 \cos \phi_2 = 400 \times 0.62 - 250 \times 0{\cdot}75 = 60{\cdot}5$

সারণীর সাহায্যে দেখা যায় : $\cos \phi = 0{\cdot}62 = \cos 51°40'$ (প্রায়)

সুতরাং, $\sin \phi = \sin 51°40' \cong 0{\cdot}78$

এবং, $\cos \phi_1 = 0{\cdot}75 \cong \cos 41°24'$

$\therefore \quad \sin \phi_1 = \sin 41°24' \cong 0{\cdot}66$

অতএব, $I_2 \sin \phi_2 = I \sin \phi - I_1 \sin \phi_1$

$$\cong 400 \times 0{\cdot}78 - 250 \times 0{\cdot}66$$

$$= 147$$

$$\therefore \quad \tan \phi_2 = \frac{I_2 \sin \phi_2}{I_2 \cos \phi_2} = \frac{147}{60{\cdot}5} \cong 2{\cdot}43.$$

সারণীর সাহায্যে দেখা যায়, $\tan \phi_2 = 2{\cdot}43 \cong \tan 67°40'$.

অতএব, $\cos \phi_2 = \cos 67°40' \cong 0{\cdot}38$

= দ্বিতীয় কারখানার শক্তি-সূচক।

অতএব, $I_2 = \dfrac{60{\cdot}5}{\cos \phi_2} \cong \dfrac{60{\cdot}5}{0{\cdot}38} = 159A$ (প্রায়)

25 : আবেশী সংযোগে আবদ্ধ দু'টি L-R বর্তনীর একটিতে তড়িচ্চালক বল $e = E_0 \cos \omega t$ প্রযুক্ত আছে। প্রমাণ কর—গৌণ বর্তনীর ক্ষণিক প্রবাহ i_2-কে এই সমীকরণের সাহায্যে প্রকাশ করা যায় :

$$(L_1 L_2 - M^2) \frac{d^2 i_2}{dt^2} + (L_1 R_2 + L_2 R_1) \frac{di_2}{dt} + R_1 R_2 i_2$$

$= \omega M E_0 \sin \omega t$, M যদি দ্বৈত-আবেশ হয়। প্রমাণ কর : পূর্ণ যুগ্মনের ক্ষেত্রে পরিবর্তী i_2-এর বিস্তার হবে

$\omega M E_0 / S$ যেখানে $S^2 = R_1{}^2 R_2{}^2 + \omega^2 (L_1 R_2 + L_2 R_1)^2$.

[25. The emf $e=E_0 \cos \omega t$ is impressed on one of the two L-R circuits coupled inductively. Show that the instantaneous current i_2 for the secondary circuit can be given by the equation

$$(L_1L_2-M^2)\frac{d^2i_2}{dt^2}+(L_1R_2+L_2R_1)\frac{di_2}{dt}+R_1R_2i_2=\omega ME_0 \sin \omega t,$$

where M is the mutual inductance between them. Prove that —when the coupling is tight—the amplitude of the oscillations of i_2 will be

$$\omega ME_0/S \text{ where } S^2=R_1{}^2R_2{}^2+\omega^2(L_1R_2+L_2R_1)^2.\ ]$$

সমাধান: সংশ্লিষ্ট চিত্রটি বস্তুত চিত্র 24 (ক); অনুচ্ছেদ 3.1-এ আলোচিত। ঐ আলোচনার সময়ে আমরা মুখ্য ও গৌণ বর্তনীর অবকল সমীকরণ দু'টিকে প্রথমেই জটিল রাশির সাহায্যে (j-কারকের সাহায্যে) প্রকাশ ক'রে নিয়েছিলাম। এর ফলে প্রয়োজন অনুসারে i_1 বা i_2-এর অপনয়ন সহজ হয়েছিল। বর্তমান সমস্যাতে অবকল সমীকরণ দু'টি বজায় রেখেই i_1-এর অপনয়ন প্রয়োজন। অবকল সমীকরণ দু'টি এখানে আবার লেখা যেতে পারে:

$$e=L_1\frac{di_1}{dt}+M\frac{di_2}{dt}+R_1i_1 \text{ এবং } O=L_2\frac{di_2}{dt}+M\frac{di_1}{dt}+R_2i_2.$$

t-এর সাপেক্ষে এই দু'টি সমীকরণের অবকলনে হয়

$$\frac{de}{dt}=L_1\frac{d^2i_1}{dt^2}+M\frac{d^2i_2}{dt^2}+R_1\frac{di_1}{dt} \text{ এবং } O=L_2\frac{d^2i_2}{dt^2}+M\frac{d^2i_1}{dt^2}+R_2\frac{di_2}{dt}$$

দ্বিতীয় ও তৃতীয় সমীকরণের সাহায্যে চতুর্থ সমীকরণকে এইভাবে লেখা যায়:

$$O=L_2\frac{d^2i_2}{dt^2}+M\left\{\frac{1}{L_1}\frac{de}{dt}-\frac{M}{L_1}\frac{d^2i_2}{dt^2}-\frac{R_1}{L_1}\cdot\left(-\frac{L_2}{M}\frac{di_2}{dt}-\frac{R_2}{M}i_2\right)\right\}+R_2\frac{di_2}{dt}$$

যেহেতু $e=E_0 \cos \omega t$, অতএব

$$(L_1L_2-M^2)\frac{d^2i_2}{dt^2}+(L_1R_2+L_2R_1)\frac{di_2}{dt}+R_1R_2i_2=\omega ME_0 \sin \omega t$$

দৃঢ় যুগ্মনের ক্ষেত্রে $L_1L_2=M^2$। অতএব শেষোক্ত অবকল সমীকরণের রূপ হবে

$$(L_1R_2+L_2R_1)\frac{di_2}{dt}+R_1R_2i_2=\omega ME_0 \sin \omega t=\omega ME_0\, Im\, e^{j\omega t}$$

ধরা যাক, $i_2 \sim (I_2)_o I_m\, e^{j\omega t}$, দশা-পদ বাদ দিয়ে। বলা বাহুল্য, $(I_2)_o$-ই নির্ণেয় বিস্তার। শেষ সমীকরণ থেকে পাওয়া যাচ্ছে

$$j\omega(L_1R_2+L_2R_1)(I_2)_o+R_1R_2(I_2)_o=\omega ME_o.$$

দু'দিকের মান বিবেচনা করলে—

$$\{(R_1R_2)^2+\omega^2(L_1R_2+L_2R_1)^2\}^{\frac{1}{2}}(I_2)_o=\omega ME_o,$$

অথবা $S(I_2)_o=\omega ME_o$, ধরা যাক। অতএব, $(I_2)_o=\dfrac{\omega ME_o}{S}$।

26. $Z=|Z|e^{j\delta}$ সদিশ-পরাবোধবিশিষ্ট একটি বর্তনীতে তড়িচ্চালক বল $E_o+E_1\cos\omega t$ প্রয়োগ করা হ'ল। প্রমাণ কর: বর্তনীতে শক্তি ব্যয়ের হার

$$\frac{1}{Z}\{E_o{}^2\sec\delta+\tfrac{1}{2}E_1{}^2\cos\delta\}.$$

[26. An emf represented by $E_o+E_1\cos\omega t$ acts in a circuit whose vector impedence is $Z=|Z|e^{j\delta}$. Show that the mean power expended is

$$\frac{1}{Z}\{E_o{}^2\sec\delta+\tfrac{1}{2}E_1{}^2\cos\delta\}.\ ]$$

সমাধান: প্রযুক্ত দু'টি তড়িচ্চালক বলের একটি স্থির ও অন্যটি পরিবর্তী। অতএব দু'টির জন্য শক্তি-ব্যয়ের হার স্বতন্ত্রভাবে নির্ণয় ক'রে তা'দের যোগফলটি গ্রহণ করলেই চলবে।

প্রথমে লক্ষণীয়: বর্তনীর সদিশ পরাবোধ $Z=|Z|e^{j\delta}$। এ থেকে সহজেই বোঝা যায়—বর্তনীতে প্রবাহ এবং পরিবর্তী তড়িচ্চালক বলের মধ্যে দশা-পার্থক্য δ, এবং প্রবাহ পশ্চাদবর্তী।

[কারণ, পরিবর্তী প্রবাহ i হ'লে, $i=\dfrac{E_1}{Z}\cos\omega t=\dfrac{E_1 Re\, e^{j\omega t}}{|Z|e^{j\delta}}$

$$=\frac{E_1}{|Z|}Re\, e^{j\omega t}.e^{-j\delta}=\frac{E_1}{|Z|}\cos(\omega t-\delta).\ ]$$

অতএব, বর্তনীটি $L-R$ বর্তনীর মতো ব্যবহার করে। সুতরাং,

$Z=R+jX$ এবং $|Z|=\sqrt{R^2+X^2}$ লেখা যায়।

(এখানে X হ'ল বর্তনীর পরিরোধ।)

যেহেতু $\delta = \tan^{-1}\frac{X}{R}$, অতএব $\cos\delta = \frac{R}{|Z|}$

$\therefore \quad R = |Z| \cos\delta.$

এইবারে স্থির তড়িচ্চালক বল প্রয়োগের ফলে শক্তি ক্ষয়ের হার, অর্থাৎ

$$\frac{E^2}{R}, \text{ হবে } \frac{E^2}{|Z|} \sec\delta.$$

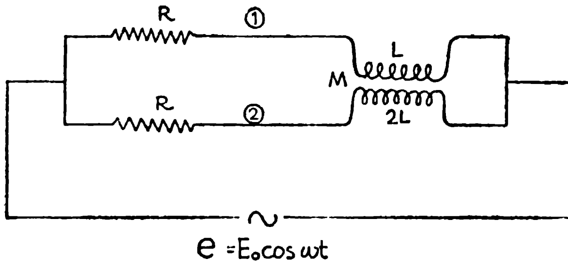
পরিবর্তী তড়িচ্চালক বলের জন্য এই হার হবে [অনুচ্ছেদ 1.7 দ্রষ্টব্য]

$$\frac{E_1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{E_1}{\sqrt{2}\,|Z|} \cdot \cos\delta, \text{ অর্থাৎ, } \frac{1}{2}\frac{E_1^2}{|Z|} \cos\delta.$$

অতএব, মোট হার প্রদত্ত রাশির সমান।

27. 47 নং চিত্রের বর্তনীতে মূল প্রবাহ দু'টি শাখায় ভাগ হয়ে যাচ্ছে। এই দু'টি শাখার প্রবাহের দশা-বৈষম্য বা'র কর।

[27. In the circuit shown in fig. 47, the main current goes split into two branches. Calculate the difference of phase between these currents.]



চিত্র 47

উত্তর : $\phi_2 - \phi_1 = \tan^{-1}\left\{\frac{\omega LR}{R^2 + \omega^2 (2L - M)(L - M)}\right\}$

28. শ্রেণীবদ্ধ একটি 10 Ω-এর রোধ এবং একটি 6·28 Ω-এর আবেশী পরিরোধ এবং শ্রেণীবদ্ধ একটি 20 Ω-এর রোধ এবং একটি 100 μF-এর ধারক—পরস্পরের সঙ্গে সমান্তরালভাবে যুক্ত আছে। এই সম্পূর্ণ সমবায়ের সঙ্গে শ্রেণী-সজ্জায় একটি 15 Ω রোধ ও একটি 15·7 Ω-এর আবেশী পরিরোধ আছে। —এই সম্পূর্ণ সজ্জার তুল্য-রোধ, তুল্য-পরিরোধ এবং তুল্য-পরারোধ নির্ণয় কর।

[কম্পাঙ্ক = 50/সেকেণ্ড]

28. A resistance of 10 Ω is in series with an inductive reactance of 6·28 Ω, and the combination is parallel with a series combination of 20 Ω resistance and a capacitance of 100 μF. The above combination is in series with a resistance of 15 Ω and an inductive reactance 15·7 Ω. Calculate the equivalent resistance, reactance and impedance of the whole circuit. Frequency of the supply = 50 cps]

উত্তর : যথাক্রমে 25·87 Ω, 18·56 Ω, 31·8 Ω.

29. একটি *L-R* বর্তনীতে $R=1\ \Omega$ এবং $L=0{\cdot}00955\ H$। এই বর্তনীতে শ্রেণী-সজ্জায় কত ধারকত্ববিশিষ্ট ধারক যোগ করলে প্রবাহ দ্বিগুণ হবে? এই *L C-R* বর্তনীর তুল্য *L-R* (বা *C-R*) বর্তনীর স্ব-আবেশ (বা ধারকত্ব) কত? [তড়িচ্চালক বলের কম্পাঙ্ক = 50 সেকেণ্ড।]

[29. An *L-R* circuit has $R=1\ \Omega$ and $L=0{\cdot}00955\ H$. Calculate the series capacitance which, converting the circuit to an *L-C-R* circuit, will double the current. Hence calculate the inductance (or capacitance) of the equivalent simple *L-R* (or *C-R*) circuit. Supply frequency = 50 cps.]

সমাধান : ধারক যোগ করার আগে বর্তনীর পরারোধ, $\sqrt{R^2+\omega^2L^2}$ হবে

$$\sqrt{1^2+(2\pi\times 50)^2(9{\cdot}55\times 10^{-3})^2}=3{\cdot}1623\ \Omega$$ (এবং ωL হবে 3 Ω)।

ধারক যুক্ত হবার পরে $|Z|$-এর মান নিশ্চয়ই $\frac{1}{2}(3{\cdot}1623)\ \Omega$ অর্থাৎ, 1·58 Ω (প্রায়) হবে ; কারণ, এই সময়ে প্রবাহ দ্বিগুণ হবে। এই সময়ে বর্তনীর মোট পরিরোধ যদি $P=\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C}\right)$ হয়, তবে

$Z^2=R^2+P^2=1^2+P^2=(1{\cdot}58)^2$ হবে ; অর্থাৎ $P=\pm 1{\cdot}225$ হবে।

P ধনাত্মক হলে বর্তনীতে ωL-এর প্রভাব অপেক্ষাকৃত বেশী, এবং তখন *L-C-R* বর্তনীর একটি তুল্য *L-R* বর্তনী কল্পনা করা যায়। আবার যখন *P* ঋণাত্মক তখন ωC-এর প্রভাব বেশী, এবং *L-C-R* বর্তনীর একটি তুল্য *C-R* বর্তনী কল্পনা করা যাবে।

এখন, $P=\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C}\right)=P_L-P_C=$ আবেশী পরিরোধ − ধারকী পরিরোধ।

যখন $P=1{\cdot}225\ \Omega$, তখন $1{\cdot}225=3-P_C$; বা, $P_C=1{\cdot}775\ \Omega$

অতএব, $C=\frac{1}{\omega P_C}=\boxed{1{\cdot}79\ mF}$

যদি $P=-1{\cdot}225\ \Omega$ হয় ; $P_C=4{\cdot}225\ \Omega$

অতএব, $C=\boxed{0{\cdot}75\ mF}$. C-এর নির্ণেয় মান এই দু'টোর যে কোনোটাই হ'তে পারে।

যখন, P +স্নক, বর্তনীটি L-R বর্তনীর তুল্য, এবং তুল্য-স্ব-আবেশ

$$L'=\frac{\text{তুল্য পরিরোধ}}{\omega}=\frac{1{\cdot}225}{2\pi\times 50}H=3{\cdot}9\ mH$$

যখন, P −স্নক, বর্তনীটি C-R বর্তনীর তুল্য, এবং তুল্য-ধারকত্ব

$$C'=\frac{1}{\text{তুল্য পরিরোধ}\times\omega}=\frac{1}{1{\cdot}225\times 2\pi\times 50}F \quad (-\text{স্নক চিহ্ন বর্জিত হ'ল})$$

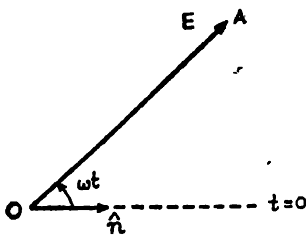
$$=2{\cdot}6\times 10^{-3}\ F.$$

পরিশিষ্ট :

পরিবর্তী-প্রবাহ বর্তনী বিশ্লেষণে সদিশ রাশির পূর্ণ প্রয়োগ

দ্বিতীয় পরিচ্ছেদে j-কারকের প্রয়োগ বস্তুত সদিশ রাশির ব্যবহারই নির্দেশ করে। কিন্তু সদিশ রাশির বীজগণিতের পূর্ণ প্রয়োগ এই বইতে দেখানো হয়নি। এ সম্পর্কে এখানে একটি সংক্ষিপ্ত আলোচনা করা হচ্ছে।

ধরা যাক, $\vec{E}$ একটি সদিশ রাশি, যা'র স্থির মান E_0। 48 নং চিত্রে $\vec{E}$-কে কোনো একটি মুহূর্তের অবস্থায় দেখানো হয়েছে $\vec{OA}$-র সাহায্যে। $\vec{E}$ O-বিন্দুতে স্থির থেকে কাগজের সমতলে বামাবর্তে ঘূর্ণমান, যা'র ফলে $\vec{E}$-এর মান স্থির হ'লেও দিক সতত পরিবর্তনশীল। আরও ধরা যাক, প্রাথমিক অবস্থায় ($t=0$-তে) $\vec{E}$-এর দিক নির্দেশ করে $\hat{n}$, এবং $|\hat{n}|=1$। তা'হলে, প্রদত্ত ক্ষণিক তড়িচ্চালক বল যদি



চিত্র 48

$e=E_0 \cos \omega t$ হয়, তবে $e=\vec{E}\,.\,\hat{n}$ লেখা যায়, যদি $\vec{E}$ এর ঘূর্ণনের কৌণিক বেগ ω হয়। এখানে লক্ষণীয় এই যে সর্বশেষ সমীকরণে $\vec{E}=E_0\, exp(j\omega t)\ \hat{n}$ সহজেই লেখা যায়; কারণ

$$e=E_0\, e^{j\omega t}\ \hat{n}\,.\,\hat{n}=E_0(\cos \omega t+j \sin \omega t)\,\hat{n}\,.\,\hat{n}$$

$$=E_0 \cos \omega t\ \hat{n}\,.\,\hat{n}+(\,jE_0 \sin \omega t\ \hat{n}\,).\,\hat{n}$$

অবশ্যই $\hat{n}\,.\,\hat{n}=1$; এবং $j\,\hat{n}$-এর দিক যেহেতু $\hat{n}$-এর দিকের লম্বভাবে থাকবে, অতএব, $(jE_0 \sin \omega t\ \hat{n})\,.\,\hat{n}=0.$

সুতরাং, $e=\vec{E}\,.\,\hat{n}=E_0 e^{j\omega t}\ \hat{n}\,.\,\hat{n}.$

উদাহরণ হিসাবে যদি L-C-R বর্তনীর কথা ধরা যায়, তবে মনে করা যাক— প্রবাহ হবে $i=\vec{I}\,.\,\hat{n}$, যেখানে $\vec{I}$ নির্ণেয় রাশি। বলা বাহুল্য, তড়িচ্চালক বল ও প্রবাহের মধ্যে দশা-পার্থক্য থাকলে তা' $\vec{I}\,.\,\hat{n}$-র ভিতরেই গণ্য করা আছে। এখন তড়িচ্চালক বলের অবকল সমীকরণ

$$e=L\frac{di}{dt}+Ri+\frac{Q}{C},$$ যেখানে $i=\vec{I}.\hat{n}=I_0\, e^{j(\omega t\pm\phi)}\,\hat{n}.\hat{n}$ (ধরা যাক)।

সুতরাং, $\vec{E}.\hat{n}=L\frac{d}{dt}(\vec{I}.\hat{n})+R(\vec{I}.\hat{n})+\frac{1}{C}\int\vec{I}.\hat{n}\,dt$

$$=j\omega L\vec{I}.\hat{n}+R\vec{I}.\hat{n}+\frac{1}{j\omega C}\vec{I}.\hat{n}$$

অর্থাৎ, $\vec{E}=\left(R+j\omega L-\frac{j}{\omega C}\right)\vec{I}$

সুতরাং, $\vec{I}=\dfrac{\vec{E}}{|Z|\,exp(j\phi)}$ [সংকেতার্থ পূর্ববৎ]

$$=\frac{E_0}{|Z|}e^{j\omega t}e^{-j\phi}\,\hat{n}=\frac{E}{|Z|}\,e^{j(\omega t-\phi)}\,\hat{n}$$

$$\therefore\quad i=\vec{I}.\hat{n}=\frac{E_0}{|Z|}e^{j(\omega t-\phi)}\,\hat{n}.\hat{n}=\frac{E_0}{|Z|}\cos(\omega t-\phi)$$

প্রদত্ত তড়িচ্চালক বলটি যদি $e=E_0\sin\omega t$ হয়, তবে $e=\vec{E}.\hat{n}$ লেখা যায় না। সেক্ষেত্রে $e=\vec{E}\times\hat{n}=E_0\;exp(j\omega t)\;\hat{n}\times\hat{n}$ লিখতে হবে। বলা বাহুল্য,

$$e=E_0(\cos\omega t+j\sin\omega t)\hat{n}\times\hat{n}$$

$$=E_0\cos\omega t\;\hat{n}\times n+E_0 j\sin\omega t\;\hat{n}\times\hat{n}=E_0\sin\omega t,$$

যেহেতু $\hat{n}\times\hat{n}=0$ এবং $j\;\hat{n}\times\hat{n}=1$

এই গাণিতিক বাহুল্য আমাদের নতুন কোনো সিদ্ধান্ত নিতে সাহায্য করে না। তবে, কয়েকটি ক্ষেত্রে যুক্তির দৃঢ়তা আনে। যেমন, প্রদত্ত তড়িচ্চালক বল

$e=E_0\sin\;\omega t=E_0\,I_m\,e^{j\omega t}$ হলে চূড়ান্ত ফল-এ

$i=\dfrac{E_0}{|Z|}I_m\,e^{j\omega t}e^{-j\phi}=\dfrac{E_0}{|Z|}\sin(\omega t-\phi)$ কেন লেখা হবে, দ্বিতীয় পরিচ্ছেদে তা' তেমন স্পষ্ট হয়নি। $e^{-j\phi}$-এর বাস্তব অংশ বাদ যাবার কারণ বর্তমান প্রবন্ধে সুস্পষ্ট।…উল্লিখিত পদ্ধতি এখন এই বইতে বর্ণিত যে কোনো বর্তনীর ক্ষেত্রেই প্রয়োগ করা সম্ভব হবে।

পরিশিষ্ট 2

উচ্চ কম্পাঙ্কে বর্তনীর কয়েকটি বৈশিষ্ট্য

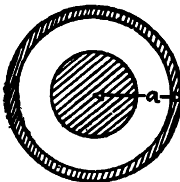
প্রযুক্ত পরিবর্তী তড়িচ্চালক বলের কম্পাঙ্ক যখন অতি উচ্চ মানের হয়, তখন বর্তনীতে নানা ধরনের বিশিষ্ট ঘটনা ঘটে। যদিও এই বইয়ে আলোচিত নীতি এবং যুক্তিগুলোর কোনো মৌলিক পরিবর্তন ঘটে না; কিন্তু, বিশেষ বিশেষ কারণে উচ্চ কম্পাঙ্কের ক্ষেত্রে ফলাফল জটিলতর হয়। মূল কারণ এই যে—উচ্চ কম্পাঙ্কে রোধ, আবেশক এবং ধারক ক্রমশই বিশুদ্ধতা হারায়। যেমন,—উচ্চ কম্পাঙ্ক রোধের সঙ্গে সামান্য পরিমাণ পরিরোধ জড়িত থাকে। উপরন্তু, রোধের মানও কম্পাঙ্কের উপর কিছুটা নির্ভর করে।

সংযোগকারী তারের স্ব-আবেশ, এবং বর্তনীর বিভিন্ন অংশের পরস্পরের মধ্যে ধারকত্বের ক্রিয়াও উচ্চ কম্পাঙ্কের ক্ষেত্রে জটিলতা বাড়ায়। বর্তনীর কাছাকাছি অন্যান্য বস্তু থাকলেও বিক্ষিপ্তভাবে বর্তনী ও ঐ বস্তুর মধ্যে 'সংযোগ' (প্রধানত ধারকী সংযোগ) স্থাপিত হয়, এবং এই জন্য সংযোগ-নিরোধক আচ্ছাদন প্রয়োজন হয়।

পঞ্চম পরিচ্ছেদে আলোচিত সাম্য-জালক পদ্ধতিগুলি উচ্চ কম্পাঙ্কের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য হয় না মূলত রোধ, স্ব-আবেশ এবং ধারকত্বর পরিবর্তনশীলতার কারণেই।…এই বৈদ্যুতিক রাশিগুলির সঙ্গে কম্পাঙ্কের সম্পর্ক ঘটিত আলোচনা এখন সংক্ষেপে করা হচ্ছে।

(ক) রোধ [ত্বক-ক্রিয়া]:

স্থির প্রবাহের ক্ষেত্রে পরিবাহী তারের প্রস্থচ্ছেদে প্রবাহের আঞ্চলিক তারতম্য থাকে না। প্রবাহ যদি I হয়, এবং প্রস্থচ্ছেদ যদি a ব্যাসার্ধের বৃত্ত হয়, তবে প্রবাহঘনত্ব প্রস্থচ্ছেদের সর্বত্রই $\frac{I}{\pi a^2}$। কিন্তু, পরিবর্তী প্রবাহ $i=I_0 \sin \omega t$-র ক্ষেত্রে প্রবাহ-ঘনত্ব সর্বত্র $\frac{i}{\pi a^2}$ নয়। এই ক্ষেত্রে পরিবাহী তারের প্রস্থচ্ছেদে কেন্দ্রীয় অঞ্চলের তুলনায় ত্বকে প্রবাহ-ঘনত্ব বেশী হয়; এবং উচ্চ কম্পাঙ্কের পক্ষে প্রায় সম্পূর্ণ প্রবাহ তারের ত্বকে সীমায়িত হয়ে থাকে। এই ঘটনাকে ত্বক-ক্রিয়া (skin effect) বলে।



চিত্র 49

ত্বক-ক্রিয়ার বৈজ্ঞানিক ব্যাখ্যা সহজেই দেওয়া যায়। 49 নং চিত্রে একটি বেলনাকৃতি তারের বৃত্তাকার প্রস্থচ্ছেদ দেখানো হয়েছে। এই প্রস্থচ্ছেদে দুটি সমান ক্ষেত্রফলের অঞ্চল চিহ্নিত করা আছে,—একটি কেন্দ্রে এবং অন্যটি ত্বকে। দু'টি অঞ্চলেরই ক্ষেত্রফল সমান; সুতরাং পরিবাহীর এই দুই অঞ্চলের রোধও সমান। কিন্তু, দুই অংশের স্ব-আবেশ সমান নয়। এমন অনেক চৌম্বক বল-রেখা কেন্দ্র-অঞ্চলের সঙ্গে জড়িত, যা' সীমান্ত অঞ্চলের সঙ্গে জড়িত নয়। কিন্তু সীমান্ত অঞ্চলের সঙ্গে জড়িত বল-রেখা পূর্ণ প্রস্থচ্ছেদের সঙ্গেই জড়িত; কারণ, আভ্যন্তরীক অঞ্চল সীমান্ত-অঞ্চলে বেষ্টিত। অতএব, কেন্দ্র-অঞ্চলের স্ব-আবেশ তুলনামূলকভাবে বেশী।* ফলে, আলোচ্য দু'ই অঞ্চলের রোধ সমান হ'লেও কেন্দ্র-অঞ্চলের পরিরোধ বেশী হবে। উচ্চ কম্পাঙ্কে পরিরোধের মান বিশেষভাবে বৃদ্ধি পায়; এবং ফলে, কেন্দ্র-অঞ্চল প্রায় প্রবাহশূন্য হয়ে পড়ে।··· এই ত্বক-ক্রিয়ার আরও সন্তোষজনক ব্যাখ্যা তড়িৎ-চুম্বকীয় তরঙ্গের প্রসঙ্গে আলোচিত হয়; কিন্তু এক্ষেত্রে এই আলোচনায় আমরা যাচ্ছি না।

ত্বক-ক্রিয়ার ফলে উচ্চ কম্পাঙ্কে পরিবাহীর কেবল ত্বক বা বহিরাঞ্চলই কাজে লাগে ব'লে একটি মোটা তারকে অনেক সরু তারে ভাগ করা হয়, এবং এই ভাগগুলি পরস্পরের পরিবাহী-সংযোগ-বিচ্ছিন্ন হয়ে থাকে। এর ফলে ত্বকের মোট ক্ষেত্রফল বিশেষভাবে বৃদ্ধি পায়।

পরিবাহী তারের রোধ স্থির ও পরিবর্তী প্রবাহে যদি যথাক্রমে R_{DC} এবং R_{AC} হয়, তবে লর্ড র‍্যালে (Lord Rayleigh)-র প্রমাণ অনুসারে

$$\frac{R_{AC}}{R_{DC}}=1+\frac{1}{12}\left(\frac{2\pi^2\omega\mu a^2}{\rho}\right)^2-\frac{1}{180}\left(\frac{2\pi^2\omega\mu a^2}{\rho}\right)^4+\cdots \text{ হয়।}$$

এখানে ρ এবং μ পরিবাহী পদার্থের যথাক্রমে আপেক্ষিক রোধ ও (চৌম্বক) প্রবেশ্যতা। গাণিতিক জটিলতার জন্য এই প্রমাণটি এখানে উপস্থিত করা হচ্ছে না।

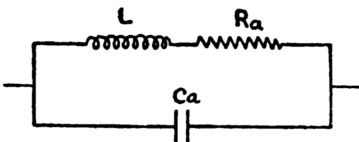
পরিবাহী তার যদি সরল না-হয়ে কুণ্ডলী আকারে থাকে, তা'হলে ত্বক-ক্রিয়ার চেয়ে জটিল আরেকটি ক্রিয়া দেখা যায়,—যা'কে বলা চলে 'নৈকট্য ক্রিয়া'

* কোনো পরিপথের বা কুণ্ডলীর স্ব-আবেশের ভৌত তাৎপর্যটি একাধিক দৃষ্টিকোণ থেকে লক্ষ করা যায়। স্ব-আবেশের একটি সংজ্ঞা: পরিপথ বা কুণ্ডলীর সঙ্গে জড়িত বল-রেখার পরিমাণ (সংখ্যা)—যখন প্রবাহ একক মাত্রার। এ ক্ষেত্রে আমরা যে কোনো একটি প্রবাহের জন্য কেন্দ্রীয় ও সীমান্তবর্তী—দু'টি সমায়তন অঞ্চলের সঙ্গে জড়িত বল-রেখার পরিমাণের তুলনা করেছি।

(proximity effect)। এই ক্ষেত্রে পরিবাহীর রোধ কম্পাঙ্কের সঙ্গে দ্রুততরভাবে বৃদ্ধি পায়। কুণ্ডলীর ক্ষেত্রে একটি পাক কেবল নিজস্ব চৌম্বক ক্ষেত্রেই নয়, পার্শ্ববর্তী পাকের চৌম্বক ক্ষেত্রেও অবস্থান করে, এবং এই কারণেই 'নৈকট্য ক্রিয়া' দেখা দেয়।

(খ) স্ব-আবেশ :

উচ্চ কম্পাঙ্কে আবেশী কুণ্ডলীতে নানা রকম জটিল ক্রিয়া দেখা দেয়। ত্বক-ক্রিয়া এবং নৈকট্য-ক্রিয়া তো হয়ই,—যা'র ফলে কুণ্ডলীর রোধ কম্পাঙ্কের বৃদ্ধির সঙ্গে অতি দ্রুত বাড়তে থাকে,—এ ছাড়াও কুণ্ডলীর বিভিন্ন অংশের মধ্যে ধারকত্বর ফলে পরিবাহীর দৈর্ঘ্য বরাবর প্রবাহের তারতম্য হয়। কুণ্ডলীটি যদি একটিমাত্র তারের হয়, তা'হলে দুই প্রান্তের তুলনায় মধ্যভাগে প্রবাহ তীব্রতর হয়। দেখা গিয়েছে, বিভিন্ন জটিল ক্রিয়ার ফলে উচ্চ-কম্পাঙ্কের প্রবাহের সময়ে একটি আবেশ কুণ্ডলী কার্যত 50 নং চিত্রের বর্তনীর মতো আচরণ করে। L এই কুণ্ডলীর প্রকৃত (অর্থাৎ, নিম্ন কম্পাঙ্কের সময়ে) স্ব-আবেশ। R_a এবং C_a কম্পাঙ্কের জন্য উদ্ভূত রোধ ও ধারকত্ব।



চিত্র 50

বলা বাহুল্য, এই বর্তনীটি 2.8-অনুচ্ছেদে আলোচিত বর্তনীর [চিত্র 17] অনুরূপ। অতএব, এই বর্তনীর সদিশ পরাবোধ,

$$Z=\frac{R_a}{(1-\omega^2LC_a)^2+\omega^2C_a{}^2R_a{}^2}+j\omega\frac{\{L(1-\omega^2LC_a)-C_aR_a{}^2\}}{(1-\omega^2LC_a)^2+\omega^2C_a{}^2R_a{}^2}$$

C_a-র মান সাধারণত $\mu\mu F$ মাত্রার বেশী হয় না, এবং ω^2LC_a-র মান 1-এর চেয়ে অনেক কম থাকে। অতএব, $(1-\omega^2LC_a)$-এর তুলনায় ωC_aR_a অগ্রাহ্য করা যায়। এ অবস্থায়,

$$Z\cong\frac{R_a}{(1-\omega^2LC_a)^2}+j\omega\frac{L}{(1-\omega^2LC_a)}\qquad [\ C_aR_a{}^2 \text{ অবশ্যই নগণ্য।}\ ]$$

অতএব, কার্যকর রোধ $\dfrac{R_a}{(1-\omega^2LC_a)^2}$ এবং কার্যকর স্ব-আবেশ $\dfrac{L}{(1-\omega^2LC_a)}$। ধারকত্বর উদ্ভবের ফলে কার্যকর রোধ এবং স্ব-আবেশ বৃদ্ধি পায়, এবং কম্পাঙ্ক বৃদ্ধিতে আরও বাড়ে।

(গ) ধারকত্ব :

উচ্চ কম্পাঙ্কে ধারকের আচরণে তেমন কিছু অভিনবত্ব নেই। সঞ্চয়ী পাত দু'টির ভিতরে আধানের ক্ষরণ যথারীতি হয়, যা'র ফলে ধারকের সঙ্গে একটি ক্ষুদ্র রোধ (R) শ্রেণীবদ্ধ রয়েছে ব'লে মনে করা যায়। এ অবস্থায় ধারকের শক্তি-সূচক হয় $\cos\phi=\omega CR$ [অনুচ্ছেদ : 5.2 পাদটীকা ; এবং 2.3-এর শেষাংশ দ্রষ্টব্য।] যদিও শক্তি-সূচক কম্পাঙ্কর সঙ্গে তেমন দ্রুত পরিবর্তিত হয় না,—তবু, উচ্চ কম্পাঙ্কে $\cos\phi$ তুলনামূলকভাবে বেশী।

[পরিশিষ্ট-2-এর আলোচনা অণুতরঙ্গ-কম্পাঙ্কর পক্ষে প্রযোজ্য নয়। এই অনুচ্ছেদে 'উচ্চ কম্পাঙ্ক' বলতে মোটামুটিভাবে 10^6 মাত্রার কম্পাঙ্ক পর্যন্ত বোঝানো হয়েছে।]

পরিশিষ্ট 3

L-C-R বর্তনীতে কম্পাঙ্কের 'অতিক্রমী প্রসার' (pass band)

2.6-অনুচ্ছেদে আমরা বলেছি, তীক্ষ্ণ অনুনাদী L-C-R বর্তনীতে কম্পাঙ্ক যদি অনুনাদী কম্পাঙ্ক থেকে সামান্য স'রে আসে, তা'হলেই বর্তনীর প্রবাহ অনেক কমে যায়; অর্থাৎ—বর্তনীটি ঠিকমতো সাড়া দেয় না। তবু, বর্তনী যতোই তীক্ষ্ণ অনুনাদী অবস্থায় থাকুক, কম্পাঙ্ক অনুনাদী কম্পাঙ্ক থেকে খুব সামান্য কম বা বেশী হ'লেই তা' আটকে যাবে এবং বর্তনীতে সাড়া জাগাতে পারবে না,—এ কথা নিশ্চয়ই মনে করা যায় না। অতএব $\omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2}$ থেকে $\omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}$ পর্যন্ত কৌণিক কম্পাঙ্কবিশিষ্ট সংকেতগুলি বর্তনীতে সাড়া জাগাতে পারবে ব'লে মনে করা যায়; $\Delta\omega$ র মান যতোই সামান্য হোক। সুতরাং কার্যত একটি কম্পাঙ্কের পরিবর্তে কম্পাঙ্কের একটি শ্রেণী বা প্রসার বর্তনীটিকে অতিক্রম ক'রে যাবে।* এই হিসাবে $\frac{\Delta\omega}{2\pi}$-কে 'অতিক্রমী প্রসার' বলা যায়। 2.6-অনুচ্ছেদে আমরা যেমন দেখেছি—নির্বাচন-গুণ বা Q-গুণাঙ্কর সংজ্ঞা মূলত আরোপিত, 'অতিক্রমী প্রসারের' সংজ্ঞাও তাই। কারণ, ঠিক কোন্ কম্পাঙ্কের পরে বর্তনীটি আর একেবারেই সাড়া দেবে না—তা' নির্দিষ্ট ক'রে বলা যায় না; যেহেতু $I-\omega$ লেখটি আয়তাকার নয়। এক্ষেত্রেও আমরা 2.6-অনুচ্ছেদের অনুসরণে মনে করব—যে দু'টি কম্পাঙ্কে প্রবাহ $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$ হবে, তা'রাই হবে অতিক্রমী প্রসারের দুই প্রান্তসীমা। যেহেতু, $I_0 = \frac{E}{R}$, অতএব,

$$\frac{E}{\sqrt{2}R} = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$ থেকে ω-র যে দু'টি মান পাওয়া যাবে,

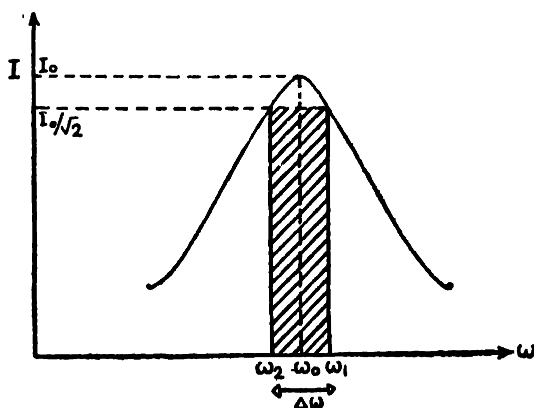
তাদের ব্যবধানই হবে $\Delta\omega$। শেষ সমীকরণটি থেকে সহজেই পাওয়া যায়:

$$\omega^2 \mp \frac{R}{L}\omega - \omega_0^2 = 0. \quad \left[\text{যেহেতু } \omega_0^2 = \frac{1}{LC}\right]$$

* এই আলোচনাতে 'সাড়া জাগানো' বা 'অতিক্রম করা' বলতে বোঝায়—উল্লেখযোগ্য প্রবাহ সৃষ্টি করা।

$$\therefore \quad \omega = \pm \frac{R}{2L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} + \omega_0^2} \;\cong\; \pm \frac{R}{2L} \pm \omega_0 ,$$

যেহেতু বাস্তব ক্ষেত্রে প্রায়ই $\frac{R^2}{4L^2} \ll \frac{1}{LC}$ হয়ে থাকে। যেহেতু ω_0-র, বা প্রযুক্ত তড়িচ্চালক বলের, ঘূর্ণনের দিক সম্পর্কে আমরা আগ্রহী নই, অতএব,



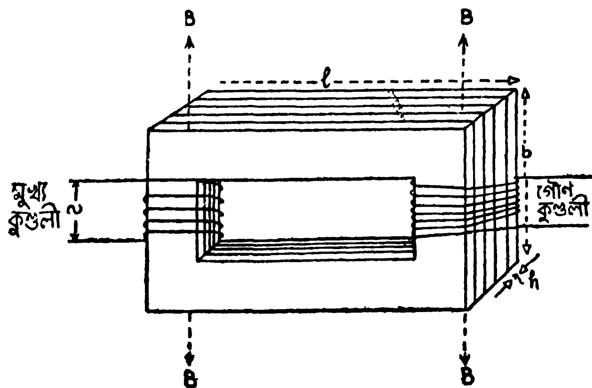
চিত্র 51

ω_0-র আগে দু'টি চিহ্ন গ্রহণ করবার দরকার নেই। আমরা লিখতে পারি ;
$\omega = \omega_0 \pm \frac{R}{2L}$; অর্থাৎ, $\omega_1 = \omega_0 + \frac{R}{2L}$ এবং $\omega_2 = \omega_0 - \frac{R}{2L}$, ধরা যাক।

অতএব, $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2 = \frac{R}{L}$ এব $\Delta f = \frac{R}{2\pi L}$ [চিত্র : 51 দ্রষ্টব্য।]

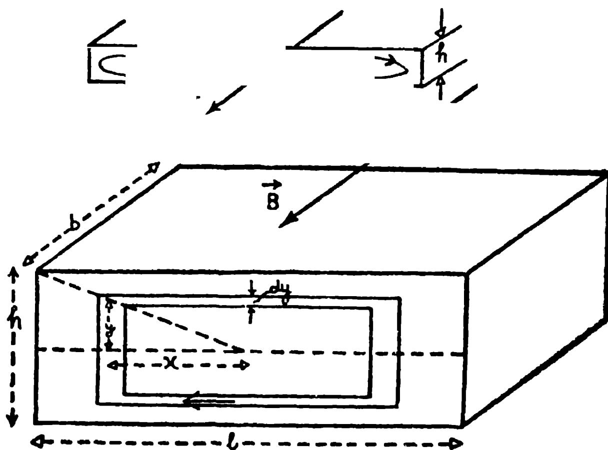
পারিশিষ্ট 4

ঘূর্ণি-প্রবাহ ঃ (3.13)-সমীকরণের প্রমাণ



চিত্র 52

52 নং চিত্রে একটি লৌহ গর্ভ সঞ্চারকের সরল গঠন দেখানো হয়েছে। 3.2-অনুচ্ছেদের আলোচনা অনুসারে লৌহ গর্ভের পুরুত্ব কমানোর জন্য অনেকগুলো পাতলা খণ্ডে লোহার মজ্জাটিকে ভাগ করে রাখা হয়েছে, এবং এই খণ্ডগুলো পরস্পরের পরিবাহী-সংযোগ থেকে বিচ্ছিন্ন। লক্ষ করলেই দেখা যাবে, লৌহ-গর্ভটি যে কোনো ধার বরাবর কাটা হয়নি। পুরুত্ব (*h*) রয়েছে চৌম্বক



চিত্র 53

ক্ষেত্রের দিকের সঙ্গে লম্বভাবে ; এবং এই দিকের সমান্তরালভাবে রয়েছে লৌহ-গর্ভের একটি দীর্ঘ বাহু (*b*)। 53 নং চিত্রের উপরের অংশে একটি পাতলা খণ্ড

আলাদাভাবে দেখান হ'ল। এখানে $\vec{B}$ কোনো একটি মুহূর্তে চৌম্বক বল ক্ষেত্রের দিক নির্দেশ করছে, এবং ঐ মুহূর্তে ঘূর্ণি-প্রবাহের একটি পথও দেখানো হয়েছে। প্রবাহের অভিমুখ এমনভাবে হবে, যাতে প্রবাহের মূল কারণ (অর্থাৎ $\vec{B}$) বাধা পায় বা প্রশমিত হয়। এই ছবির নীচের অংশে উপরের অংশটিকে, বিশেষ ক'রে পুরুত্ব (h)-কে অত্যন্ত বড়ো করে দেখানো হয়েছে। আলোচনার সুবিধের জন্য বিদ্যুতের পরিপথ বা বর্তনীকেও আমরা আয়তাকার মনে করব। এইরকম একটি পরিপথ কেন্দ্র থেকে x এবং y দূরত্বের ভিতরে দেখানো হয়েছে। এখন কুণ্ডলীর ভিতরে প্রবাহ যেহেতু পরিবর্তী, অতএব $\vec{B}$-ও পরিবর্তী। ধরা যাক,

$$B = B_m \sin \omega t \quad [\text{ তীর-চিহ্ন বর্জিত হল }]$$

53 নং চিত্রে নির্দিষ্ট এবং উল্লিখিত বর্তনীর ক্ষেত্রফল $= 2x.2y = 4xy$।

চিত্র অনুসারে $\dfrac{h/2}{y} = \dfrac{l/2}{x}$; বা, $x = yl/h$.

$\therefore$ উল্লিখিত ক্ষেত্রফল $= 4y^2l/h$.

অতএব, আলোচ্য বর্তনী বা পরিপথের সঙ্গে জড়িত মোট বল-রেখার ক্ষণিক পরিমাণ, $N = 4By^2l/h$, যদি B-এর আঞ্চলিক তারতম্য না থাকে।

এখন, আলোচ্য পরিপথে আবিষ্ট তড়িচ্চালক বলের ক্ষণিক মান $e = -\dfrac{\partial N}{\partial t}$

$$\text{বা,} \quad e = -\frac{4y^2l}{h}\frac{dB}{dt} = -\frac{4y^2l\omega}{h}B_m \cos \omega t \quad \cdots \quad \text{(i)}$$

পরিপথের মোট দৈর্ঘ্য, $L = 4(x+y) \cong 4x$; যেহেতু y বাস্তবক্ষেত্রে খুবই ছোট। অতএব, $L \cong 4yl/h$।

এখন যদি লোহার ভিতরে b-গভীরতা গণ্য করা হয়, তবে আলোচ্য বর্তনীর যে কোন একটি দীর্ঘ দিকের প্রস্থচ্ছেদ হয় $bdy = A$, ধরা যাক।

অতএব, এই বর্তনীর মোট বৈদ্যুতিক রোধ হয়, $R = \rho\dfrac{L}{A}$

[ρ = আপেক্ষিক রোধ]

$$\text{বা,} \quad R = \rho\frac{4yl}{hbdy}. \quad \cdots \quad \cdots \quad \text{(ii)}$$

এই বর্তনীতে ক্ষণিক-প্রবাহ i-এর জন্য শক্তির ক্ষণিক ব্যয়

$$dW = i^2 R = \frac{e^2}{R} = \frac{16y^4 l^2 \omega^2 B_m{}^2 hbdy \cos^2\omega t}{h^2 . 4\rho yl} \quad \text{[(i) ও (ii) অনুসারে]}$$

$$= \frac{4lb\omega^2 B_m{}^2}{\rho h} \cos^2 \omega t \; y^3 dy$$

সম্পূর্ণ $(h \times b)$-তলটি বিবেচনা করলে, শক্তি-ক্ষয়ের ক্ষণিক মান

$$W = \frac{4lb\omega^2 B_m{}^2 \cos^2 \omega t}{\rho h} \int_0^{h/2} y^3 dy = \frac{lb\omega^2 B_m{}^2 h^3}{16\rho} \cos^2 \omega t$$

একটি সম্পূর্ণ সময়কালে শক্তি-ক্ষয়ের গড় মান, $P = \int_0^T W dt / \int_0^T dt$

বা, $$P = \frac{lb\omega^2 B_m{}^2 h^3}{16\rho} \cdot \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \cos^2 \omega t \, dt = \frac{lb\omega^2 B_m{}^2 h^3}{32\rho}$$

বা, $P = \frac{\pi^2}{8\rho} B_m{}^2 f^2 v h^2$, যেহেতু $\omega = 2\pi f$; এবং $hbl = v$, আয়তন।

পরিশিষ্ট 5

বহু-দশা প্রবাহ

চৌম্বক ক্ষেত্রে একটি বদ্ধ কুণ্ডলীর ঘূর্ণনে কীভাবে পরিবর্তী তড়িৎ-প্রবাহ সঞ্চার হয়, তা' 1.2-অনুচ্ছেদে আমরা দেখেছি। কুণ্ডলীর পাকগুলি যদি একটি মাত্র তলে (বা সমান্তরাল তলে) অবস্থান করে, তা'হলে উৎপন্ন হয় 'এক-দশা প্রবাহ',—অনুচ্ছেদ 1.2-তে যা' হয়েছিল। এটি বস্তুত পরিবর্তী তড়িৎ-প্রবাহ উৎপাদনের সরলতম 'ডাইনামো। যদি দু'টি সদৃশ কুণ্ডলীর তল পরস্পরের সমকোণে দৃঢ়বদ্ধ থাকে [চিত্র 54 (খ): বাম অংশ , তবে এই যুগ্ম-কুণ্ডলীর ঘূর্ণনে বস্তুত দু'টি স্বতন্ত্র কুণ্ডলী ঘূর্ণনের ফল হয়। তবে, দৃঢ়বদ্ধতার জন্য দু'টি কুণ্ডলীতে উৎপন্ন প্রবাহের বা তড়িচ্চালক বলের দশা-পার্থক্য সবসময়ে একই থাকে। এক্ষেত্রে, বলা বাহুল্য, একটি কুণ্ডলীতে প্রবাহ যখন সর্বাধিক, অন্যটিতে তখন কোনো প্রবাহ নেই। প্রবাহের বা তড়িচ্চালক বলের বিস্তার এবং কম্পাঙ্ক দুটিতেই সমান। দুই কুণ্ডলীতে ক্ষণিক তড়িচ্চালক বল সুতরাং এইভাবে লেখা যায়

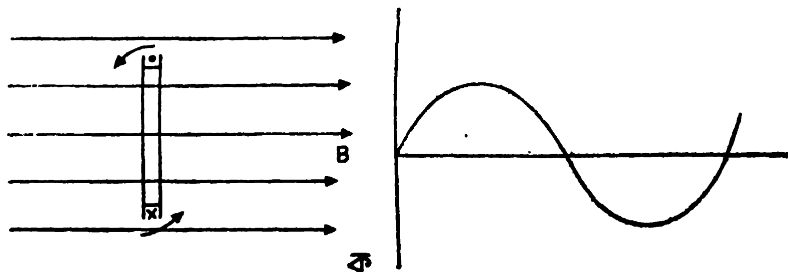
$$e_1 = E \sin \omega t \text{ এবং } e_2 = E \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

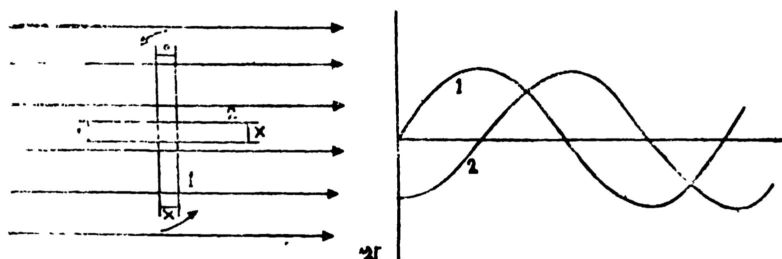
দ্বি-দশা প্রবাহ উৎপাদনের এইটিই সরলতম নীতি। উৎপন্ন তড়িচ্চালক বলের চিত্র-রূপ এই ছবির দক্ষিণ অংশে দেখানো হ'ল। এই দ্বি-দশা প্রবাহ দু'টি স্বতন্ত্র এক-দশা বর্তনীতে কাজ করতে পারে, অথবা উপযুক্ত একটি বৈদ্যুতিক দ্বি-দশা যন্ত্রেও ব্যবহার করা যায়।

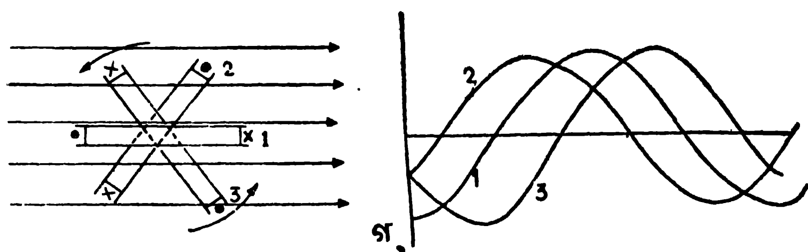
একই ভাবে, পরিবর্তী ত্রি-দশা প্রবাহও উৎপন্ন করা যায়। এ জন্য পরিবাহী তারের উপযুক্ত পাক-বিশিষ্ট তিনটি কুণ্ডলীর ঘূর্ণন প্রয়োজন। বিভিন্ন কুণ্ডলীর প্রবাহের মধ্যে দশা-পার্থক্য অভিন্ন রাখার জন্য কুণ্ডলী তিনটি দৃঢ়বদ্ধ হওয়া প্রয়োজন। প্রবাহ বা তড়িচ্চালক বল তিনটি সদৃশ হ'তে হ'লে কুণ্ডলী তিনটিও সদৃশ হওয়া দরকার, এবং দু'টি নিকটবর্তী কুণ্ডলীর তলের ভিতরে কোণ হওয়া দরকার 120°। [চিত্র 54-(গ): বাম অংশ দ্রষ্টব্য।] এ অবস্থায় তড়িচ্চালক বলের ক্ষণিক মানগুলি হবে,

$$e_1 = E \sin \omega t \; ; \; e_2 = E \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \text{ এবং } e_3 = E \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right).$$

অনুরূপভাবে ক্ষণিক প্রবাহের মানগুলিও লেখা যায়।



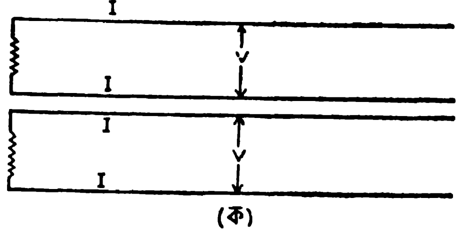


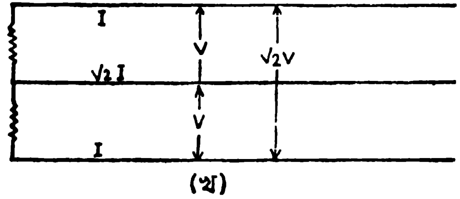


চিত্র 54

এক-দশা প্রবাহের তুলনায় দ্বি-দশা ও ত্রি-দশা প্রবাহে উৎপন্ন ক্ষমতা যথাক্রমে 1.4 ও 1.5 গুণ বেশী। ত্রি দশার চেয়ে বেশী দশার প্রবাহে বাস্তব লাভ খুব বেশী হয় না; কিন্তু কারিগরী জটিলতা অনেক বাড়ে। বস্তুত ত্রি-দশা প্রবাহ উৎপাদনের রীতিই এখন সর্বত্র চালু আছে। বহু-দশা প্রবাহ উৎপাদনের বিশেষ সুবিধা দেখা যায় মোটর চালাবার কাজে। এক-দশা প্রবাহে মোটর চালাবার কিছু অসুবিধা আছে।

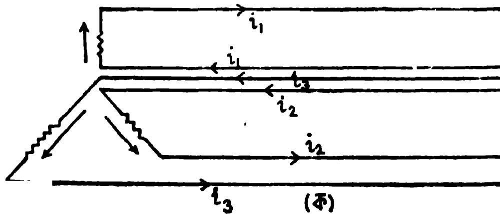
দ্বি-দশা ও ত্রি-দশা প্রবাহ সম্পর্কে আরও দু'একটি কথা বলা যেতে পারে। দ্বি-দশা প্রবাহের ডাইনামোর সঙ্গে কোনো যন্ত্রের সংযোগ তিনটি পরিবাহী তার বা চারটি পরিবাহী তারের মাধ্যমে হ'তে পারে। ডাইনামো থেকে চারটি পরিবাহী তারে সংযোগ নিলে দু'টি স্বতন্ত্র এক-দশা প্রবাহ পাওয়া গেল দু'জোড়া তারে। চিত্র 55(ক) দ্রষ্টব্য। তিনটি তারের ক্ষেত্রে মধ্যবর্তী তারে প্রবাহ হবে $\sqrt{2}\,I$, যদি দু'প্রান্তের তারে প্রবাহ I হয়। (কারণ, দু'টি দশার প্রবাহের ভিতরে দশা-পার্থক্য 90°।) একই যুক্তিতে দুই প্রান্তবর্তী তারের ভিতরে ভোল্টেজ হবে $\sqrt{2}\,V$, যদি প্রতিটি দশায় স্বতন্ত্রভাবে V ভোল্টেজ উৎপন্ন হয়। [চিত্র 55(খ)।]





চিত্র 55

ত্রি-দশা প্রবাহের ক্ষেত্রে ডাইনামো থেকে মোট ছ'টি পরিবাহী তারে, অর্থাৎ—তিনটি স্বতন্ত্র দশায়, সংযোগ নেওয়া যেতে পারে। স্বতন্ত্র দশাগুলি একটি 'ব'-সজ্জায় বা একটি 'তারকা'-সজ্জায় যুক্ত করা যায়। ছ'টি তারে তারকা-সংযুক্তি 56(ক) নং চিত্রে দেখানো হ'ল। যখন প্রবাহ সুষম, অর্থাৎ—সব ক'টি



চিত্র 56

দশায় প্রবাহের বিস্তার সমান, এবং নিকটবর্তী দু'টি দশার ভিতরে কৌণিক পার্থক্য 120°, তখন তারকার কেন্দ্রে প্রত্যাবর্তী মোট প্রবাহ, $i_1+i_2+i_3$, 'শূন্য', যা সহজেই প্রমাণ করা যায়।

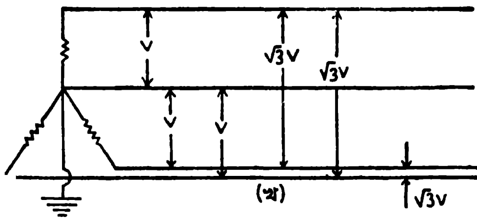
$$i_1+i_2+i_3=I\sin\omega t+I\sin\left(\omega t-\frac{2\pi}{3}\right)+I\sin\left(\omega t-\frac{4\pi}{3}\right)$$

$$=I\left\{\sin\omega t+\sin\omega t.\cos\frac{2\pi}{3}-\cos\omega t\sin\frac{2\pi}{3}+\sin\omega t.\cos\frac{4\pi}{3}-\cos\omega t\sin\frac{4\pi}{3}\right\}$$

$$=I\left\{\sin\omega t-\frac{1}{2}\sin\omega t-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\omega t-\frac{1}{2}\sin\omega t+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\omega t\right\}$$

$$=0.$$

সুতরাং, কেন্দ্রমুখী তিনটি প্রবাহ না দেখালেও চলে ; এবং 56(ক) চিত্রকে সাধারণত 56(খ) চিত্রের মতো দেখানো হয়। কেন্দ্রে যুক্ত তারটি অবশ্যই নিষ্ক্রিয় তার। সংযুক্ত যন্ত্রপাতিতে ভোল্টেজের মানের স্থিরতা রক্ষার সুবিধার্থে নিষ্ক্রিয় তারটির সঙ্গে ভূ-সংযোগ থাকে। স্বতন্ত্র দশাগুলিতে ভোল্টেজ্ যদি V হয়, তবে

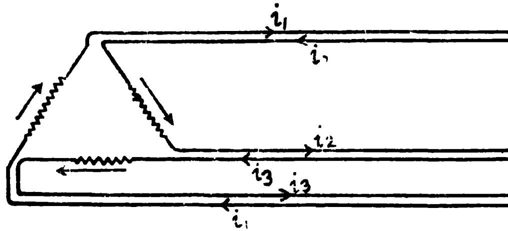


চিত্র 56

নিষ্ক্রিয় তার ও যে কোনো সক্রিয় তারের ভিতরে ভোল্টেজও V ; এবং দু'টি সক্রিয় তারের ভিতরে ভোল্টেজ্ $\sqrt{3}V$, কারণ—দু'টি V-মানের এবং $120°$ কোণের সদিশ-রাশির ভিতরে সদিশ-ব্যবধান হবে,

$$\sqrt{V^2+V^2-2V.V\cos 120°}=\sqrt{V^2+V^2+2V^2\tfrac{1}{2}}=\sqrt{3}\,V.$$

অতএব, $V=230$ ভোল্ট্ হ'লে, দু'টি সক্রিয় তারের ভিতরে ভোল্টেজ্ প্রায় 400 ভোল্ট্।



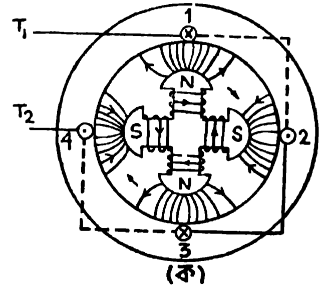
চিত্র 57

ছ'টি তারে 'ব'-সংযোগ 57 নং চিত্রে দেখানো হ'ল। তিনটি তারেও 'ব'-সংযোগ দেখানো যায়।

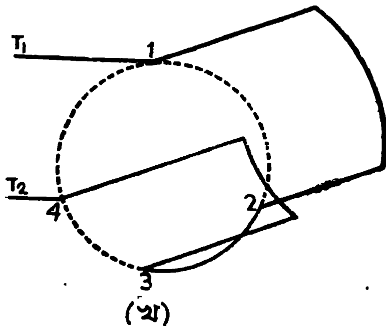
এক-দশা পরিবর্তী ডাইনামো

অনুচ্ছেদ 1.2-তে আমরা যে আলোচনা করেছি, বস্তুত তাই-ই এক-দশা ডাইনামোর কার্যনীতি, যা'তে এক-দশা পরিবর্তী প্রবাহ উৎপন্ন হ'তে পারে। কিন্তু, বাস্তব ডাইনামোর জটিলতার কোনো পরিচয় পূর্ববর্তী আলোচনা বহন করে না। এই অনুচ্ছেদের আলোচনা বাস্তবতার নিকটতর।

1.2 অনুচ্ছেদেও আমরা দেখেছি, পরিবর্তী তড়িৎ উৎপাদনের আয়োজনে দু'টি অংশ থাকে: একটি স্থিত ও অন্যটি চল। ঐ অনুচ্ছেদে স্থিত অংশটি ছিল চৌম্বক ক্ষেত্র উৎপন্নকারী যন্ত্র, এবং চল অংশটি ছিল পরিবাহী তারের কুণ্ডলী। প্রতিটি ডাইনামোর এই দুই অংশ অপরিহার্য; যদিও স্থির এবং চল অংশের ভূমিকা যথাক্রমে চৌম্বক ক্ষেত্র ও কুণ্ডলীর জন্য সুনির্দিষ্ট নয়। (বর্তমান আলোচনায় স্থির ও চল অংশকে আমরা 'স্থাণু' ও 'ভ্রমী' বলে উল্লেখ করব।) 58(ক) নং চিত্রে একটি এক দশা ডাইনামোর সরলতম বাস্তব রূপ দেখানো হয়েছে। এই ছবিটি প্রকৃতপক্ষে ঐ যন্ত্রের প্রস্থচ্ছেদ। এখানে চৌম্বকক্ষেত্র উৎপাদনকারী অংশই 'ভ্রমী' এবং কুণ্ডলী 'স্থাণু'। চৌম্বক ক্ষেত্র উৎপন্ন হচ্ছে বৈদ্যুৎ-চুম্বকের সাহায্যে। চিত্রে চারটি মেরু দেখানো হ'ল। উৎপন্ন মেরুর প্রকৃতি নির্ভর করবে সংশ্লিষ্ট বিদ্যুৎ-প্রবাহের আবর্তনের প্রকৃতির উপরে। বলা বাহুল্য, এই বিদ্যুৎ একমুখী বিদ্যুৎ; পরিবর্তী নয়। ফলে, কোনো মেরুর প্রকৃতি সময়ের সঙ্গে বদলায় না। স্থাণু-কুণ্ডলীতে কিভাবে তার জড়ানো আছে তা বোঝাবার সুবিধার জন্য 58(খ) চিত্রটি আঁকা হ'ল। (ক) ও (খ) চিত্র একত্রে মিলিয়ে দেখলেই ধারণা স্পষ্ট হবে। এ সম্পর্কে বিস্তারিত বর্ণনা নিষ্প্রয়োজন।



চিত্র 58



চিত্র 58

T_1 ও T_2 কুণ্ডলীর তারের দুই প্রান্ত, এবং এই দুই প্রান্তের ভিতরে আমরা একটি বিভব-বৈষম্য পেতে চাই। চিত্রে মেরুর দক্ষিণাবর্ত ঘূর্ণন দেখানো হয়েছে। এই ঘটনা এবং স্থির মেরুতে কুণ্ডলীর বামাবর্ত ঘূর্ণন—একই ঘটনা।

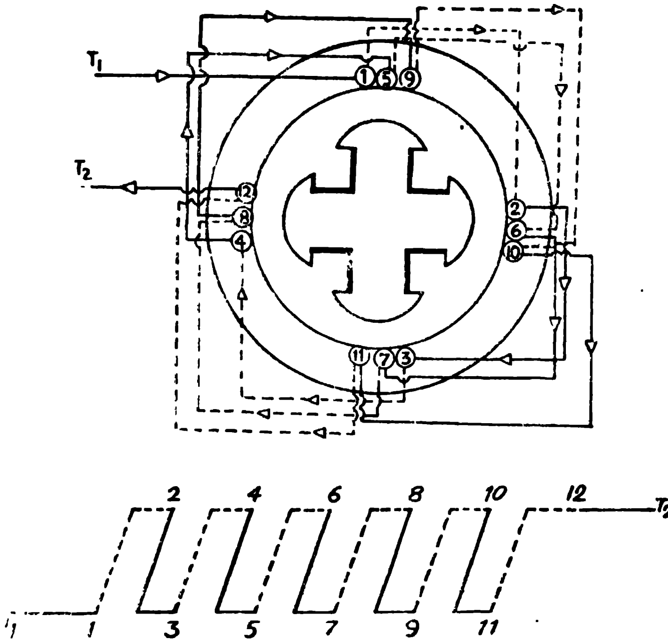
—এই প্রসঙ্গে ব'লে রাখা যায়,—কুণ্ডলীতে এক্ষেত্রে যেভাবে তার জড়ানো হয়েছে, তাকে 'তরঙ্গ-বেষ্টন' বলে। প্রচলিত বেষ্টন-রীতির মধ্যে এটি অন্যতম।

1.2 অনুচ্ছেদে আমরা নিখুঁতভাবে সাইনীয় (বা, কোসাইনীয়) রূপের তড়িচ্চালক বল পেয়েছিলাম। বাস্তবে এটা সম্ভব নয়। তবু, প্রতিটি মেরুর তল বিশেষ আকারের হ'লে চৌম্বক ক্ষেত্রের পরিবর্তন প্রতিটি মেরুতে মোটামুটি-ভাবে সাইনীয় হ'তে পারে। এর ফলে ভ্রমী-অংশের মেরুগুলি যখন একটি বিশেষ পরিবাহী তার-কে অতিক্রম করে যাবে, তখন ঐ তারের অবস্থানে চৌম্বক ক্ষেত্রের পরিবর্তন মোটামুটিভাবে সাইনীয় পরিবর্তন হবে। 1.2 অনুচ্ছেদে দু'টি মাত্র চৌম্বক মেরু ব্যবহৃত হয়েছিল ; কিন্তু বাস্তবে মাত্র দু'টি মেরু ব্যবহৃত হয় না। এ কথা অবশ্যই মনে রাখতে হবে, মেরুর সংখ্যা যা-ই হোক, স্থাণুর একটি বিশেষ বিন্দু দিয়ে দু'টি বিভিন্ন মেরু অতিক্রম করলেই কার্যত 180° ঘূর্ণন হ'ল, যদিও এক্ষেত্রে দু'টি মেরুর ভিতরে কোণ 90°। অর্থাৎ দু'টি বিভিন্ন মেরু সব সময়েই 'বৈদ্যুতিক 180° কোণ' উৎপন্ন করে, তা'দের ভিতরে জ্যামিতিক কোণ যা-ই হোক। সুতরাং মেরুর সংখ্যা দু'টির বেশী হলে, ভ্রমীর পূর্ণ ঘূর্ণন / সেকেণ্ড এবং উৎপন্ন তড়িচ্চালক বলের কম্পাঙ্ক এক নয়। মেরুর সংখ্যা 4 হ'লে, একটি পূর্ণ ঘূর্ণনে পরিবর্তী তড়িচ্চালক বলের দু'টি পূর্ণ তরঙ্গ তৈরী হ'ল। এই যুক্তিকে প্রসারিত ক'রে বলা যায়, মেরুর সংখ্যা p এবং ভ্রমীর পূর্ণ ঘূর্ণন প্রতি সেকেণ্ডে n বার হ'লে, উৎপন্ন তড়িচ্চালক বল বা প্রবাহের কম্পাঙ্ক হয় $f=\frac{np}{2}$।

বলা বাহুল্য, p অবশ্যই যুগ্ম-সংখ্যা।

বোঝবার সুবিধার জন্য 58(ক) চিত্রে বা 58(খ) চিত্রে কুণ্ডলীর পাকের সংখ্যা খুব কম রাখা হয়েছে। 59 নং চিত্রে এই সংখ্যা তিনগুণ বাড়ানো হ'ল। অবশ্য 'তরঙ্গ-বেষ্টন'-এর মূল নীতি যথারীতি বজায় রাখতে হয়েছে। সংযোগকারী তারের কিছুটা পূর্ণ রেখায় এবং কিছুটা বিন্দু রেখায় দেখানো হয়েছে। পূর্ণ রেখার সংযোগগুলি কুণ্ডলীর সম্মুখ প্রান্তের সংযোগ ও ভগ্ন রেখায় অপর প্রান্তে সংযোগ নির্দেশ করে। এখন একটি প্রয়োজনীয় বিষয় মনে রাখতে হবে। তার যতই সরু হোক, তা'র একটা স্থূলতা আছেই। অতএব, 1, 5, 9,

প্রান্ত ঠিক একই অবস্থানে থাকতে পারে না (চিত্র 59)। ফলে 1, 5 ও 9 প্রান্তে কোনো মুহূর্তে ঠিক একই চৌম্বক ক্ষেত্র থাকতে পারে না। এই যুক্তি



চিত্র 59

পরিবাহী 2, 6, 10 অথবা 3, 7, 11 অথবা 4, 8, 12 সম্পর্কেও খাটবে। ফলে জ্যামিতিক সদৃশতার সূত্রে, 1, 2, 3, 4 পরিবাহীতে প্রবাহ (বা তড়িচ্চালক বল) সমদশায় আছে ধরা যেতে পারে। পরিবাহী 5, 6, 7, 8 অবশ্যই 1, 2, 3, 4 থেকে একটু আলাদা মানের চৌম্বক ক্ষেত্রে রয়েছে। অবশ্য, এবারেও জ্যামিতিক সদৃশতার সূত্রে 5, 6, 7, 8 পরিবাহীতে প্রবাহ সমদশায় থাকবে ধরা চলে; কিন্তু এই দশা এবং 1, 2, 3, 4 এর উল্লিখিত দশায় সামান্য পার্থক্য থাকবে,—যতো সামান্যই হোক। এইভাবে, 12টি পরিবাহীর ক্ষেত্রে সম-দশা-সম্পন্ন তিনটি গুচ্ছ থাকতে পারে: (1, 2, 3, 4), (5, 6, 7, 8), (9, 10, 11, 12): যথাক্রমে A, B, C (ধরা যাক)। একটি গুচ্ছ ও পার্শ্ববর্তী গুচ্ছের মধ্যে সামান্য, কিন্তু নির্দিষ্ট, দশা-পার্থক্য যদি α হয়, তবে বলা যেতে পারে

$$e_A = E_A \sin(\omega t - \alpha),\ e_B = E_B \sin \omega t \text{ এবং } e_C = E_C \sin(\omega t + \alpha)$$

T_1 ও T_2 বিন্দুর ভিতরে গৃহীত ক্ষণিক তড়িচ্চালক বল : $e = e_A + e_B + e_C$।

পরিশিষ্ট 7

চৌম্বক ক্ষেত্রে পাত-চুম্বক

চৌম্বক শলাকার যেমন ধনাত্মক ও ঋণাত্মক মেরু আছে; তেমনি পাত-চুম্বকেরও ধনাত্মক ও ঋণাত্মক পিঠ আছে। পাত-চুম্বকের অবস্থানের জন্য ধনাত্মক দিকের কোনো বিন্দুতে চৌম্বক বিভব হয়

$\tau\Omega$, যা' আমরা পূর্বতন অধ্যয়নের সূত্রে অবশ্যই জানি। এখানে τ ঐ পাত-চুম্বকের 'তেজ' (**strength**)—যা' সর্বত্র সমান বলে মনে করা হচ্ছে; এবং Ω উল্লিখিত বিন্দুতে পাত-চুম্বকের দ্বারা গঠিত ঘন-কোণ।—এখন দেখা যাক, একটি চৌম্বক ক্ষেত্রে একটি পাত-চুম্বক রাখার ফল কী।···চৌম্বক ক্ষেত্রে একটি চুম্বক শলাকা, যা'র মেরু-শক্তি $\pm m$ এবং দৈর্ঘ্য Δl, রাখলে এর স্থিতি-শক্তি হবে

$-mV+m\left[V+\frac{\partial V}{\partial l}\Delta l\right]=m\frac{\partial V}{\partial l}\Delta l$, যদি $-m$-এর বিন্দুতে একক মেরুর বিভব V হয়। বলা বাহুল্য, $m\Delta l$ এই শলাকার 'চৌম্বক গুরুত্ব' (বা ভ্রামক), M। অতএব, উল্লিখিত স্থিতি-শক্তি $=M\frac{\partial V}{\partial l}=\delta W$, ধরা যাক।

এখন পাত-চুম্বকের তল-এ অত্যন্ত ছোট অঞ্চল δS যদি বিবেচনা করা হয়, এবং ঐ অঞ্চলে পাতের বেধ যদি Δl হয়, তবে $\sigma\delta S.\Delta l$ পূর্বোক্ত M-এর ভূমিকা পালন করবে, যদি σ ঐ অঞ্চলে একক ক্ষেত্রফলের মেরু-শক্তি হয়। অতএব, এক্ষেত্রে

$$\delta W=\sigma dS\frac{\partial V}{\partial l}\Delta l=\tau\frac{\partial V}{\partial l}dS, \quad \text{যেহেতু} \quad \tau=\sigma\Delta l.$$

অতএব, সম্পূর্ণ পাত-চুম্বকের জন্য $W=\int \delta W=\tau\int\frac{\partial V}{\partial l}dS$, যদি τ ধ্রুবক হয়। এখন, $-\frac{\partial V}{\partial l}=H_n$, চৌম্বক বল-ক্ষেত্রের তীব্রতা l অভিমুখে, অর্থাৎ, —চৌম্বক-পাতের উপরে উল্লিখিত dS-এর উপরে লম্ব অভিমুখে। তা'হলে

$$W=-\tau\int H_n dS \quad \text{বা} \quad -\tau\int\vec{H}.\hat{n}dS \quad [\,|\hat{n}|=1\,]$$

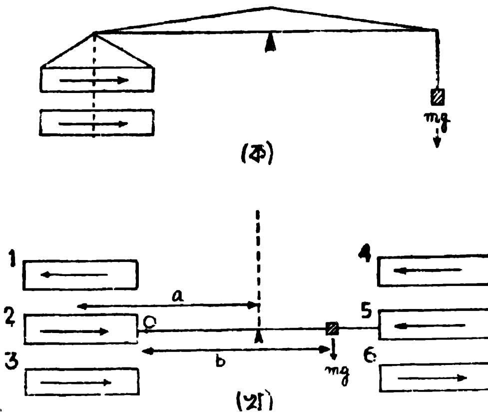
বলা বাহুল্য, $\int H_n dS=$ সম্পূর্ণ পাত-চুম্বকের সঙ্গে জড়িত মোট বল-রেখা $=\psi$, ধরা যাক।

অতএব, $W=-\tau\psi$ [মাধ্যমের চৌম্বক-প্রবেশ্যতা সর্বত্রই 1 ধরা হয়েছে।]

পরিশিষ্ট 8

তড়িৎ-প্রবাহের পরম পরিমাপ

[পরিমাপযোগ্য সমস্ত ভৌত রাশির মধ্যে দৈর্ঘ্য, ভর ও সময়—এই তিনটিকে মৌলিক রাশি মনে করা হয়। অর্থাৎ, সমস্ত অন্যান্য রাশির পরিমাপও শেষ পর্যন্ত এই তিনটি রাশির পরিমাপের উপরে নির্ভর করবে। যেমন গতিবেগ। গতিবেগের একক স্মরণ করলেই বোঝা যাবে, এই পরিমাপ বস্তুত একটি দৈর্ঘ্য ও একটি সময়কালের পরিমাপ। কোনো ভৌত রাশিকে যদি সোজাসুজি ঐ তিনটি (বা আরও কম) মৌলিক রাশির পরিমাপের সাহায্যে মাপা সম্ভব হয়, তবে এই পরিমাপকে পরম পরিমাপ বলা হয়। উদাহরণ: পোস্ট্-অফিস্ বাক্সের সাহায্যে রোধের পরিমাপ 'পরম' নয়; কারণ—এক্ষেত্রে পূর্বজ্ঞাত রোধের মানের সাহায্যে অজ্ঞাত রোধের মান মাপা হ'ল।...বস্তুত, মাত্র তিনটি মৌলিক রাশিতে আমাদের কাজ চলে না। অনেক সময়ে আরও কিছু ভৌত রাশিকে মৌলিকত্বের সম্মান দিতে হয়। যেমন: উষ্ণতা। তবে, বর্তমান আলোচনায় কেবল দৈর্ঘ্য (L), ভর (M) ও সময় (T)-কে মৌলিক ধরলেই চলবে।]



চিত্র 60

তড়িৎ-প্রবাহ পরম পরিমাপের মূল নীতি 60(ক) চিত্রে ব্যাখ্যা করা হয়েছে। সম প্রবাহ I বহনকারী দু'টি সদৃশ কুণ্ডলী আছে; উপরটি একটি তুলাযন্ত্রের একপ্রান্তে ঝোলানো—চিত্রে যেমন দেখানো হয়েছে। নীচের কুণ্ডলীটি

দৃঢ়বদ্ধ। দু'টি প্রবাহ একই অভিমুখী হ'লে দুই কুণ্ডলীর মধ্যে একটি আকর্ষণী বল কাজ করবে। পূর্বতন অধ্যায়নের সূত্রে আমরা জানি : এই বল

$F = I^2 \frac{\partial M}{\partial x}$, যদি M ঐ দুই কুণ্ডলীর ভিতরে পারস্পরিক আবেশ হয়, এবং এই দুই কুণ্ডলীর সাধারণ অক্ষ বরাবর x-দিক কল্পনা করা হয়। অতএব, I এর পরিমাপের জন্য F ও $\partial M/\partial x$-এর পরিমাপ প্রয়োজন। কুণ্ডলীর জ্যামিতিক তথ্য এবং ব্যবধানের পরিমাণ থেকে $\partial M/\partial x$ নির্ণয় করা যায়। F নির্ণয়ের জন্য তুলাদণ্ডের অন্য প্রান্তে একটি ভর প্রয়োগ করে তুলাটি অনুভূমিক রাখতে হবে ; অর্থাৎ কুণ্ডলীতে প্রবাহ না থাকলেও তুলা যে অবস্থায় থাকে। এই ভর m হ'লে, $F = mg$। অতএব, m জানা থাকলে F জানা যায়। সি. জি. এস্. তড়িৎ-চুম্বকীয় এককে $\partial M/\partial x$ এককবিহীন, এবং I^2 ও F সমমাত্রিক। I^2-এর মাত্রা অন্যভাবে বা'র করেও এই সিদ্ধান্ত পরীক্ষা করা চলে।* লক্ষণীয় : প্রথম সমীকরণে I^2 থাকার দরুন পরিবর্তী প্রবাহেও পরিমাপ চলবে ; তখন I হবে বর্গ-গড়-মূল মান।

60(খ) চিত্রে কেলভিন্ (Kelvin) পরিকল্পিত আয়োজন দেখানো হয়েছে,—যেখানে দু'টির পরিবর্তে ছ'টি কুণ্ডলী ব্যবহার করা হয়েছে, কিন্তু মূল নীতি কিছুই বদলায়নি। এখানে উপরের ও নীচের সারির মোট চারটি কুণ্ডলী দৃঢ়বদ্ধ, এবং মধ্য-সারির দু'টি কুণ্ডলী তুলাদণ্ডের দুই প্রান্তলগ্ন। বিভিন্ন কুণ্ডলীতে তড়িৎ প্রবাহের অভিমুখ তীর-চিহ্নে দেখানো হয়েছে। বলা বাহুল্য, 1 ও 2 কুণ্ডলীর মধ্যে বিকর্ষণ বল F ; এবং 2 ও 3-এর মধ্যে আকর্ষণও F। 4 ও 5-এর মধ্যে আকর্ষণ F ; এবং 5 ও 6-এর ভিতরে বিকর্ষণও F। অতএব, তুলাদণ্ডের বাঁ-দিক $2F$ বলে নীচের দিকে নামতে, এবং ডান দিক $2F$ বলে উপরে উঠতে চায়। অতএব, মোট $4F$ বল তুলাদণ্ডের বাঁ-দিকে নিম্নমুখে কাজ করে।

তড়িৎ-প্রবাহের অবর্তমানে m ভর যদি O-অবস্থানে থাকায় তুলাদণ্ড অনুভূমিক থাকে, এবং প্রবাহ চলাকালে এই ভর ডান দিকে b দূরত্ব সরিয়ে তুলাদণ্ড অনুভূমিক রাখতে হয়, তবে—চিত্র অনুসারে—

$$4aF = mgb, \quad \text{বা,} \quad F = \frac{mgb}{4a}$$

সুতরাং, $$I = \sqrt{\frac{F}{\left(\frac{\partial m}{\partial x}\right)}} = \sqrt{\frac{mgb}{4a}} \div \sqrt{\frac{\partial m}{\partial x}}$$

তুলাদণ্ডের মাঝখানে যদিও আলম্ব-বিন্দু দেখানো হয়েছে, কিন্তু বস্তুত তুলাটি সূক্ষ্ম তামার তারের সাহায্যে ঝোলানো থাকে, এবং এই তার বিদ্যুৎ-পরিবাহী তার। কুণ্ডলীর ভিতরে প্রবাহিত এই বিদ্যুৎ যদি এখন শ্রেণী-সংযোগে যুক্ত একটি রূপার ভোল্টামিটারের মধ্য দিয়েও পাঠানো হয়, তবে এক অ্যাম্পিয়ার প্রবাহ এক সেকেণ্ডে ঋণাত্মক তড়িদ্বারে যে পরিমাণ রূপা সঞ্চিত করে – তা' মাপা সম্ভব। এইভাবে রূপার বৈদ্যুত-রাসায়নিক তুল্যাঙ্ক [0·00111827 গ্রাম/কুলম্ব.] এবং ফ্যারাডের ধ্রুবকও [96490 কুলম্ব./গ্রাম তুল্যাঙ্ক] পরম পরিমাপে জানা যায়।

কেল্‌ভিনের তুলা-যন্ত্র পরে অ্যারটন্ (Ayrton) এবং জোন্‌স্ (Jones)-এর হাতে উন্নততর রূপ নেয়, এবং বিশুদ্ধতা 50000 ভাগে 1 ভাগ করাও সম্ভব হয়।

[* প্রচলিত সংকেতার্থে অ্যাম্পিয়ারের সূত্র (বা বায়ট্-স্যাভার্ত্-এর সূত্র) :

$$H = \text{ধ্রুবক} \int \frac{I\,dl \cos\theta}{r^2};$$

ব্যস্ত-বর্গানুপাত সূত্র : $F = m_1 m_2 / \mu d^2$ এবং $F = Hm$ থেকে যথাক্রমে লেখা যায় :

$[I] = [L][H]$; $[m] = \left[\mu_0^{\frac{1}{2}} \cdot F^{\frac{1}{2}}\right]$ এবং $[H] = [F / m]$.

এখান থেকে সহজেই দেখানো যাবে $[I] = \left[\mu_0^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1}\right]$

সি. জি. এস্. তড়িৎ-চুম্বকীয় এককে μ_0 একক হীন। অতএব,

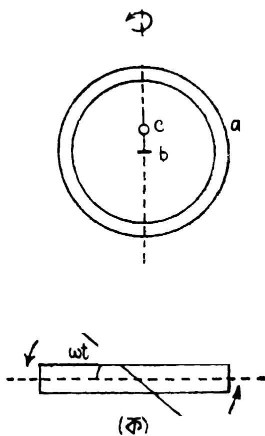
$[I^2] = [MLT^{-2}] = [\text{বল}]$। এখানে $M =$ ভর, 'পারস্পরিক আবেশ' নয়।]

পরিশিষ্ট ৭

রোধের পরম পরিমাপ

ঘূর্ণকুণ্ডলী পদ্ধতি : এই পদ্ধতি প্রথম সফল পদ্ধতি। কিন্তু, পরবর্তী কালে আরও সন্তোষজনক পদ্ধতি আবিষ্কারে ঘূর্ণকুণ্ডলী পদ্ধতি বর্তমানে অনুসৃত হয় না। কিন্তু, এই পদ্ধতি আলোচনার তাত্ত্বিক মূল্য এখনও আছে।

এই পদ্ধতিতে একটি বদ্ধ, বৃত্তাকার কুণ্ডলীকে উল্লম্ব ব্যাসের অক্ষে দ্রুত, সমবেগে ঘোরানো হয়। ফলে, পৃথিবীর চৌম্বক ক্ষেত্রের যে বল-রেখা কুণ্ডলীর সঙ্গে জড়িত, তার পরিমাণ সময়ের সঙ্গে পরিবর্তিত হয়। 61(ক) চিত্রের নীচের অংশ বিবেচনা করলে সহজেই দেখা যাবে, t সময়ে পৃথিবীর চৌম্বক ক্ষেত্রের অনুভূমিক উপাংশের সঙ্গে কুণ্ডলীর তল যদি ωt কোণ উৎপন্ন করে, তবে এই সময়ে কুণ্ডলীর সঙ্গে জড়িত বল-রেখার পরিমাণ, $\phi = n\pi a^2 H \sin \omega t$, যেখানে a কুণ্ডলী-বৃত্তের ব্যাসার্ধ, n পাক-সংখ্যা, H_0 উল্লিখিত অনুভূমিক উপাংশ। এই মুহূর্তে কুণ্ডলীতে আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল $e = -n\pi a^2 H_0 \omega \cos \omega t$। বলা বাহুল্য, পৃথিবীর চৌম্বক ক্ষেত্রের উল্লম্ব উপাংশ তড়িচ্চালক বল উৎপাদনে অংশ নিতে পারে না। এখন, কুণ্ডলীকে যদি একটি L-R বর্তনী মনে করা যায়, তবে আলোচিত মুহূর্তের ক্ষণিক প্রবাহ অবশ্যই,



নীচের চিত্র কুণ্ডলীর 'নিম্নদৃশ্য' (অর্থাৎ, উপর থেকে দেখলে যেমন দেখাবে) উপস্থিত করছে।

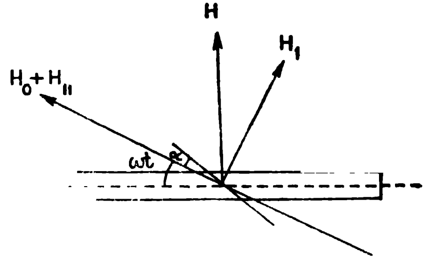
চিত্র 61 (ক)

$$i = -\frac{n\pi a^2 H_0 \omega \cos(\omega t \quad \theta)}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}, \quad \text{যেখানে } \theta = \tan^{-1} \frac{\omega L}{R}.$$

এই পরিবর্তী প্রবাহ কুণ্ডলীর কেন্দ্রে একটি পরিবর্তী চৌম্বক-ক্ষেত্র সৃষ্টি করবে, যা'র পরিমাণ (ক্ষণিক) হবে,

$H = \frac{2\pi n i}{a}$, এবং কুণ্ডলীর তলের সঙ্গে লম্বভাবে ক্রিয়া করবে।

t সময়ে *H*-এর একটি সম্ভাব্য অবস্থা 61(খ) চিত্রে দেখানো হ'ল। *H*-এর দু'টি উপাংশ থাকতে পারে: একটি H_0 বরাবর, এবং একটি H_0-র লম্ব বরাবর। এই দু'টি উপাংশকে আমরা যথাক্রমে $H_{\parallel}$ ও $H_{\perp}$ দিয়ে চিহ্নিত করছি।



চিত্র 61 (খ)

বলা বাহুল্য, $H_{\parallel} = H \sin \omega t$

$$= \frac{2\pi ni}{a} \sin \omega t$$

$$= -\frac{2\pi^2 n^2 a^2 H_0 \omega \cos(\omega t - \theta) \sin \omega t}{a\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

$$= -\frac{2\pi^2 n^2 a H_0 \omega (\sin^2 \omega t . \sin\theta + \frac{1}{2}\sin 2\omega t . \cos\theta)}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

একটি পূর্ণ আবর্তনে $\left[\frac{2\pi}{\omega}\right.$ সময়ে$\left.\right]$ $H_{\parallel}$ -এর গড়-মান হবে

$$\overline{H_{\parallel}} = -\frac{\pi^2 n^2 a H_0 \omega \sin\theta}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}},$$ যেহেতু $\overline{\sin^2 \omega t} = \frac{1}{2}$; $\overline{\sin 2\omega t} = 0$.

অনুরূপভাবে, $$\overline{H_{\perp}} = -\frac{\pi^2 n^2 a H_0 \omega \cos\theta}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}.$$

অতএব, H_0 অভিমুখে গড় চৌম্বক-ক্ষেত্র $H_0 + \overline{H_{\parallel}}$ এবং লম্ব অভিমুখে $\overline{H_{\perp}}$।

ঘূর্ণমান কুণ্ডলীর কেন্দ্রে যদি একটি ক্ষুদ্র চুম্বক শলাকা, *b*, অনুভূমিক ঝোলানো থাকে, তবে পরস্পর লম্বাভিমুখী এই দুই ক্ষেত্রের জন্য শলাকাটি H_0 বরাবর থাকতে পারবে না। যদি শলাকাটি H_0 অভিমুখের সঙ্গে α কোণ উৎপন্ন ক'রে স্থির হয়, তবে

$$\tan\alpha = \frac{\overline{H_{\perp}}}{H_0 + \overline{H_{\parallel}}} = \frac{\dfrac{\pi^2 n^2 a H_0 \omega \cos\theta}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}}{H_0 - \dfrac{\pi^2 n^2 a H_0 \omega \sin\theta}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}}$$

কুণ্ডলীর *L* যদি খুব সামান্য হয়, যার ফলে $\omega L \ll R$ হ'তে পারে, তা'হলে $\frac{\omega L}{R}$ খুবই ছোট ; অর্থাৎ θ খুবই ছোট। সেক্ষেত্রে $\sin\theta \cong 0$, $\cos\theta \cong 1$।

অতএব, $\tan \alpha \cong \pi^2 n^2 a\,\omega / R$

বা, $R \cong \pi^2 n^2 a\,\omega \cot \alpha$.

এই সমীকরণের ডান দিকের রাশিগুলি এককহীন সংখ্যা, বা দৈর্ঘ্য অথবা সময়ের পরিমাপজ্ঞাপক। অতএব, এই সমীকরণের ভিত্তিতে নির্ণীত R পরম পরিমাপ নির্দেশ করে। α-কোণটি পরিমাপের জন্য প্রচলিত 'আলোক ও দর্পণ' পদ্ধতি অনুসরণ করা হয়। 61(ক) চিত্রে c এই দর্পণ।

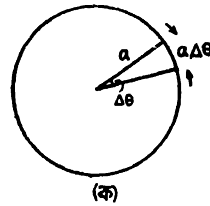
এই পদ্ধতির সবচেয়ে বড়ো ত্রুটী কুণ্ডলীর কেন্দ্রে দু'টি স্থির চৌম্বক ক্ষেত্র, $H_0 + \overline{H}_{\parallel}$ এবং $\overline{H}_{\perp}$, রয়েছে ব'লে মনে করা। বস্তুত, $H_{\parallel}$ এবং $H_{\perp}$ পরিবর্তী। গাণিতিকভাবে এদের গড়-মান বা'র করা যায় বটে; কিন্তু, কুণ্ডলীর কেন্দ্রে ঝোলানো চুম্বক-শলাকা পরিবর্তী চৌম্বক ক্ষেত্রেই প্রভাবিত হবে। অবশ্য, যখন ω যথেষ্ট বেশী, এবং ঝুলন্ত অংশের স্বাভাবিক দোলন-কাল যথেষ্ট দীর্ঘ, তখন $H_{\parallel}$ এবং $H_{\perp}$-এর গড়-মান বিবেচনা করার কতকটা বাস্তবমূল্য আছে। তবু. বিক্ষিপ্ত শলাকা বাস্তবে একেবারে স্থির রাখা শক্ত; এবং এই কারণে 'আলোক ও দর্পণ' পদ্ধতিতে বিক্ষেপণ কোণের পরিমাপও সহজ নয়। দ্বিতীয়ত, চুম্বক শলাকার সামান্য দৈর্ঘ্য থাকবেই। সুতরাং, এর দুই মেরু কুণ্ডলীর কেন্দ্রে থাকতে পারে না; কেন্দ্র থেকে বাইরে বা'র হয়ে থাকবে। অতএব, কুণ্ডলীর কেন্দ্রস্থ চৌম্বক ক্ষেত্রর মান অনুসারে গণনা করা উচিত হয়নি। —এই আলোচনায় মাধ্যমের চৌম্বক প্রবেশ্যতা 1 ধরা হয়েছে, যা' পুরোপুরি ঠিক নয়।

লোরেন্‌জ (Lorenz)-এর পদ্ধতি : লোরেন্‌জ-এর পদ্ধতি এখনও সবচেয়ে সন্তোষজনক পদ্ধতিগুলির অন্যতম ব'লে গণ্য হয়ে থাকে। অবশ্য, 1873 সালে এই পদ্ধতি প্রথম গৃহীত হবার পরে এর অনেক সংস্কার সাধন হয়েছে। আমরা অবশ্য লোরেন্‌জ-এর মূল, সরল ব্যবস্থাটিই আলোচনা করছি।

এই পদ্ধতিতে একটি ধাতুর চাকতিকে তা'র নিজস্ব তলে দ্রুত, সমবেগে ঘোরানো হয়। এই তলের লম্ব অভিমুখে একটি চৌম্বক ক্ষেত্র প্রয়োগ করা হয়। 62(ক) চিত্রের উপরের অংশে এই ব্যবস্থা দেখানো হয়েছে। a চৌম্বক ক্ষেত্র উৎপন্নকারী একটি বেলন-কুণ্ডলী। c উল্লিখিত চাকতি, b তার অক্ষ। B ঐ বেলনের ভিতরে উৎপন্ন চৌম্বক ক্ষেত্রের ঘনত্ব, যা' ঐ অঞ্চলে সর্বত্র সমান ব'লে

মনে করা হবে। পৃথিবীর চৌম্বক ক্ষেত্রর প্রভাব এড়াবার জন্য বেলন কুণ্ডলীর (এবং চাকতির) অক্ষ পৃথিবীর চৌম্বক ক্ষেত্রর সঙ্গে সমকোণে রাখা হয়। 62(ক) চিত্রের নীচের অংশে চাকতিটি আলাদাভাবে দেখানো হয়েছে। চাকতির ব্যাসার্ধ যদি a হয়, এবং কোনো একটি ব্যাসার্ধের Δt সময়ের ঘূর্ণনে যদি কেন্দ্রে $\Delta\theta$ কোণ উৎপন্ন হয়, তবে ঐ ব্যাসার্ধটি চাকতির তলে যে অঞ্চল পরিক্রম করে তা'র ক্ষেত্রফল প্রায় $\frac{1}{2}a^2\Delta\theta$। [এই ক্ষেত্রটিকে একটি ত্রিভুজ মনে করা হ'ল, যেহেতু $\Delta\theta$ খুবই ছোট।] এই ক্ষেত্রের সঙ্গে জড়িত বল-রেখার পরিমাণ $\frac{1}{2}Ba^2\Delta\theta$; সুতরাং, ঐ ব্যাসার্ধ এই পরিমাণ বল-রেখাকে লম্বভাবে ছেদ করে। এখন, চাকতির ঘূর্ণন যদি সেকেণ্ডে n বার হয়, তবে অবশ্যই





(ক)

চিত্র 62

$$\Delta t = \frac{a\Delta\theta}{2\pi an} \quad \text{বা,} \quad \Delta t = \frac{\Delta\theta}{2\pi n}।$$

সুতরাং, ঐ ব্যাসার্ধের কেন্দ্র-প্রান্ত ও পরিধি-প্রান্তের ভিতরে উৎপন্ন আবিষ্ট ভোল্টেজ্ $-\frac{\frac{1}{2}Ba^2\Delta\theta}{\Delta\theta/2\pi n} = -\pi na^2B$; বা, $e = \pi na^2B$

(বর্তমান আলোচনায় ঋণাত্মক চিহ্নটি বিবেচনার সার্থকতা না-থাকায় ওটি বর্জিত হবে।)

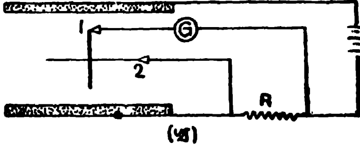
আমরা জানি, $B = \mu_0 4\pi nI$, যেখানে μ_0 কুণ্ডলীর অন্তস্থ মাধ্যমের চৌম্বক প্রবেশ্যতা, N কুণ্ডলীর একক দৈর্ঘ্যে পাক-সংখ্যা, I স্থির প্রবাহ (বৈদ্যুত-চৌম্বক এককে)। সুতরাং,

$e = \mu_0 4\pi^2 a^2 nNI.$

R রোধের ভিতর দিয়ে I প্রবাহিত হ'লে যদি রোধের দুই প্রান্তের ভোল্টেজ্ও e হয়, তবে $\mu_0 4\pi^2 a^2 nNI = RI$

বা, $R = \mu_0 4\pi^2 a^2 nN,$

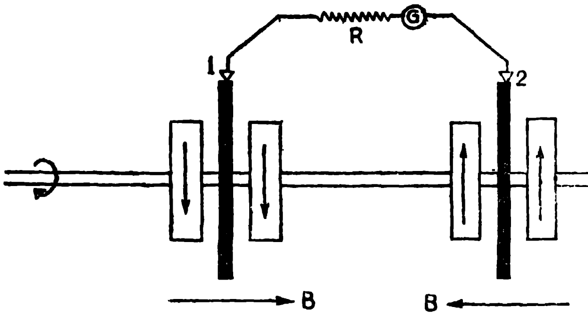
একটি গ্যালভ্যানোমিটারের সাহায্যে এই সাম্য পরীক্ষা করা যায়। পরীক্ষাগত পরিকল্পনা 62(খ) চিত্রে দেখানো হ'ল।



চিত্র 62

শেষ সমীকরণের ডান-দিকের রাশিগুলিতে দৈর্ঘ্য এবং সময়ের পরিমাপ ছাড়া আর কোনো পরিমাপ নেই। π এবং μ_0 (বৈদ্যুত-চৌম্বক এককে) সংখ্যামাত্র। সুতরাং, এই সমীকরণের ভিত্তিতে R-এর পরিমাপ পরম পরিমাপ।

লোরেন্‌জ্‌-এর এই সরল ব্যবস্থাপনায় অনেকগুলি আপত্তিকর বিষয় আছে। প্রথমত, বেলন কুণ্ডলীর (এবং চাকতির) অক্ষ যত সাবধানেই রাখা হোক, পৃথিবীর চৌম্বক ক্ষেত্রের কিছু বল-রেখা চাকতির সঙ্গে জড়িত হবেই; এবং এর ফলে—একটি অতিরিক্ত বিভব-প্রভেদ চাকতির কেন্দ্র ও পরিধির ভিতরে দেখা দেবে। দ্বিতীয়ত, চাকতির কেন্দ্র ও পরিধির মধ্যে উৎপন্ন ভোল্টেজ গ্রহণ করার অসুবিধা যথেষ্ট। এই দুই জায়গায় সাধারণত দু'টি স্পর্শ-সংযোগ রাখা হয়, যা' 62 (খ) চিত্রে 1 ও 2 দিয়ে চিহ্নিত হয়েছে। কিন্তু, ঘর্ষণজনিত উত্তাপে এই দুই প্রান্তের ভিতরে তাপ-বৈদ্যুতিক তড়িচ্চালক বল উৎপন্ন হয়, যা'র প্রভাব নগণ্য নয়। তৃতীয়ত, চাকতির উচ্চ গতিতে চাকতির ব্যাসার্ধ সামান্য বেড়ে যাওয়া স্বাভাবিক। ফলে, উচ্চ গতির ক্ষেত্রে এই ব্যাসার্ধ গতিশীল অবস্থাতেই মাপা দরকার, যা' সহজ কাজ নয়।



চিত্র 63

এফ্‌. ই. স্মিথ্‌ (F. E. Smith) 1914 সালে লোরেন্‌জ্‌-এর পদ্ধতির বিশেষ সংস্কার করেন। তিনি একটির পরিবর্তে দুটি সদৃশ, ঘূর্ণমান চাকতি

ব্যবহার করেন, এবং একটি দীর্ঘ বেলন-কুণ্ডলীর পরিবর্তে চারটি কুণ্ডলী ব্যবহার করেন। তাঁর যন্ত্রসজ্জা 63 নং চিত্রে দেখানো হ'ল। অবশ্য, তড়িৎ-বর্তনী এই চিত্রে দেখানো হয়নি। ঘূর্ণমান চাকতি দু'টি একটি অচৌম্বক অক্ষের উপরে বসানো থাকে; এবং কুণ্ডলীগুলিতে তারের বেষ্টন এমনভাবে করা হয় যা'তে দু'টি চাকৃতি দু'টি সমশক্তির বিপরীতমুখী চৌম্বক ক্ষেত্রে ঘুরতে পারে। স্পর্শ-সংযোগ 1 ও 2 এমনভাবে রাখা হয়, যা'তে আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল দু'টি পরস্পরের সঙ্গে যুক্ত হয়ে তীব্রতর হয়; কিন্তু, পৃথিবীর চৌম্বক ক্ষেত্রের জন্য ও তাপ-বৈদ্যুতিক ক্রিয়ার জন্য দুই চাকতিতে উৎপন্ন তড়িচ্চালক বল পরস্পরকে প্রশমিত করে।

এই উন্নত লোরেন্‌জ্-পদ্ধতির ফলাফলের শুদ্ধতা যথেষ্ট উল্লেখযোগ্য। দেখা গিয়েছে, সব রকম সতর্কতা গ্রহণের পরে ভুলের পরিমাণ দাঁড়ায় এক লক্ষ ভাগে আড়াই ভাগ।

পরিশিষ্ট 10

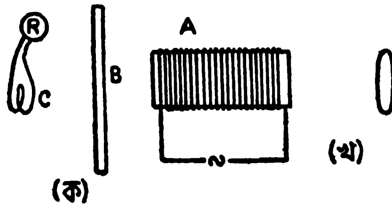
পরিবর্তী প্রবাহবাহী কুণ্ডলীর কাছে ধাতুখণ্ড বা বদ্ধ কুণ্ডলীর উপস্থিতি

পরিবর্তী প্রবাহবাহী কুণ্ডলীর কাছে কোনো পরিবাহী-পদার্থের খণ্ড বা পূর্ণ কুণ্ডলী রাখলে ঐ খণ্ড বা শেষোক্ত কুণ্ডলী পরিবর্তী চৌম্বক ক্ষেত্রে অবস্থান করবে। এই চৌম্বক ক্ষেত্র অবশ্যই ঐ প্রবাহবাহী কুণ্ডলীসৃষ্ট। পরিবর্তী চৌম্বক ক্ষেত্রে অবস্থানের দরুন ঐ দ্বিতীয় পরিবাহীতে আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল এবং আবিষ্ট প্রবাহ উৎপন্ন হবে। ঘটনাটি 3.1-অনুচ্ছেদে আলোচিত ঘটনারই অনুরূপ; এবং ধাতুখণ্ড বা দ্বিতীয় কুণ্ডলীটিই এখানে গৌণ বর্তনীর ভূমিকা নিচ্ছে। গৌণ বর্তনীতে প্রবাহের অভিমুখ ও পরিমাণ এমনভাবে নিয়ন্ত্রিত হবে, যা'তে মুখ্য বর্তনী সৃষ্ট চৌম্বক ক্ষেত্রের পরিবর্তনশীলতা বাধা পায়। অর্থাৎ. মুখ্য বর্তনী যখন বর্ধমান চৌম্বক ক্ষেত্র সৃষ্টি করবে, গৌণ বর্তনীসৃষ্ট ক্ষেত্র তখন হ্রাস পাবে; এবং মুখ্য বর্তনীর জন্য ক্ষেত্র যখন হ্রাস পাবে, গৌণ বর্তনী তখন তীব্রতর ক্ষেত্র সৃষ্টি করতে চাইবে, যা'র ফলে দুই বর্তনী সৃষ্ট ক্ষেত্রের যোগফল গৌণ কুণ্ডলীর অবস্থানের অঞ্চলে ধ্রুব থাকতে চেষ্টা করে। 3.1-অনুচ্ছেদের আলোচনার সূত্রে আমরা জানি, গৌণ বর্তনীর তড়িচ্চালক বলের সমীকরণ

$$L_2\frac{di_2}{dt}+M\frac{di_1}{dt}+R_2i_2=0$$

R_2 যদি খুবই ছোট হয়, ধাতুখণ্ডের পক্ষে যা' খুবই সত্য, তবে

$$L_2\frac{di_2}{dt}+M\frac{di_1}{dt}=0, \quad \text{অথবা,} \quad L_2i_2+Mi_1=\text{ধ্রুবক।}$$



চিত্র 64

বলা বাহুল্য, L_2i_2 হ'ল গৌণ কুণ্ডলীর প্রবাহ i_2-র জন্য ঐ কুণ্ডলীর সঙ্গে জড়িত বল রেখার পরিমাণ। এবং Mi_1 মুখ্য কুণ্ডলী সৃষ্ট ও গৌণ কুণ্ডলীর সঙ্গে জড়িত

বল-রেখার পরিমাণ। এখন, গৌণ কুণ্ডলীর সঙ্গে জড়িত বল-রেখার মোট পরিমাণ যদি অপরিবর্তিত থাকে, তবে গৌণ কুণ্ডলীর নিকট অঞ্চলে আরেকটি কুণ্ডলী রাখলেও তা'তে আবিষ্ট প্রবাহ তৈরী হবে না। বাস্তবে এই পরীক্ষাটি সহজেই করা যায় 64(ক) নং চিত্রের পরিকল্পনা অনুসারে। A একটি তীব্র, পরিবর্তী চৌম্বক-ক্ষেত্র উৎপন্নকারী কুণ্ডলী; B একটি ধাতুর পুরু পাত, এবং C আরেকটি কুণ্ডলী। পরীক্ষার প্রয়োজনে C-কুণ্ডলীর সঙ্গে একটি গ্রাহক-যন্ত্র লাগানো আছে, যা'র সাহায্যে প্রবাহ উৎপন্ন হ'লে বোঝা যায়। দেখা যায়, B-এর অনুপস্থিতিতে C-তে পরিবর্তী প্রবাহের প্রবল স্পন্দন ধরা পড়ে; কিন্তু B-র উপস্থিতিতে এই স্পন্দনের তীব্রতা অত্যন্ত হ্রাস পায়, যদিও একেবারে বন্ধ হয় না। (কারণ, শেষোক্ত সমীকরণের ডান দিক বাস্তবিকই ধ্রুবক হয় না; যেহেতু R_2 কখনোই ঠিক 'শূন্য' নয়।) A যদি খানিকটা দূরে থাকে, তবে B-পাত C-এর কোন দিকে আছে, তা'তেও কিছু আসে যায় না; কেবল B ও C কাছাকাছি থাকলেই হবে। বলা বাহুল্য, B চৌম্বক আচ্ছাদনের কাজ করছে।

উল্লিখিত ঘটনার সঙ্গে জড়িত একটি ক্রিয়ার কথাও উল্লেখ করা যায়। 64(খ) চিত্রে পরিবর্তী চৌম্বক-ক্ষেত্র উৎপন্নকারী বৈদ্যুত-চুম্বক A-র সামনে একটি বদ্ধ কুণ্ডলী আছে। এই বদ্ধ কুণ্ডলীতেও আবিষ্ট প্রবাহ উৎপন্ন হবে। প্রাথমিক বিবেচনায় গৌণ কুণ্ডলীর স্ব-আবেশ L_2-ও যদি অগ্রাহ্য করা যায়, তবে এই কুণ্ডলীতে আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল $-M\dfrac{di_1}{dt}$।

যদি $i_1 = I_0 \sin \omega t$ হয়, তবে $-M\dfrac{di_1}{dt}$

$$= -\omega M I_0 \cos \omega t = \omega M I_0 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right).$$

L_2 অগ্রাহ্য করলে i_2 এবং এই তড়িচ্চালক বল সমদশায় থাকবে;

অর্থাৎ, $i_2 \propto \omega M I_0 \sin\left(\omega t - \dfrac{\pi}{2}\right)$.

i_1 এবং i_2 প্রবাহবাহী পরিবাহী দুটির ভিতরে একটি বল কাজ করবে। প্রবাহ দু'টির একমুখিতা বা ভিন্নমুখিতা অনুসারে এই বল কখনও আকর্ষী,

কখনও বিকর্ষী। যে কোনো মুহূর্তে ক্ষণিক বল দুই ক্ষণিক প্রবাহের গুণফলের সমানুপাতিক। অর্থাৎ,

ক্ষণিক বল $\propto \omega M I_0^2 \sin \omega t \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$।

কিন্তু, বাস্তবে গৌণ বর্তনীর স্ব-আবেশ অগ্রাহ্য করা যাবে না ; এবং সেক্ষেত্রে i_2 সংশ্লিষ্ট আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল, $\omega M I_0 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$, থেকে পিছিয়ে থাকবে। ধরা যাক, এই দশা-পার্থক্য ϕ। সেক্ষেত্রে, উল্লিখিত ক্ষণিক বল $\propto \omega M I_0^2 \sin \omega t . \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2} - \phi\right)$।

$$= \omega M I_0^2 \left\{\sin^2 \omega t . \cos\left(\frac{\pi}{2} + \phi\right) - \tfrac{1}{2} \sin 2\omega t . \sin\left(\frac{\pi}{2} + \phi\right)\right\}$$

একটি পূর্ণ সময়কালে এই বলের গড়-মান যদি বা'র করা যায়, তবে বন্ধনীর শেষ পদটি হবে 'শূন্য', এবং প্রথম পদটি হবে $\frac{1}{2} \cos\left(\frac{\pi}{2} + \phi\right)$।

অতএব, গড়-বল $\propto \frac{1}{2} \omega M I_0^2 \cos\left(\frac{\pi}{2} + \phi\right)$।

যেহেতু $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \phi\right)$ সব সময়েই ঋণাত্মক হবে ব'লে মনে করা যায় ; অতএব, বিকর্ষী বলের প্রভাবই বেশী থাকবে।

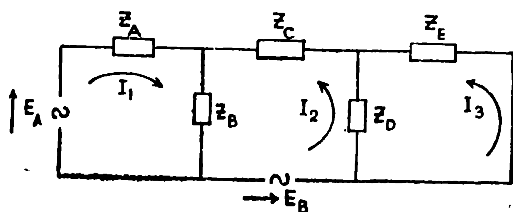
পরিশিষ্ট 11

জালক-পরিপথ বিশ্লেষণের কয়েকটি উপপাদ্য

পঞ্চম পরিচ্ছেদে 'সাম্য জালক' আলোচনার সময়ে আমরা মূলত চতুর্ভুজ জালকই বিবেচনা করেছিলাম। বলা বাহুল্য, জালকের সার্বিক রূপ ওটি নয়। সাধারণভাবে একটি জালক-পরিপথে বহু সংখ্যক বাহু থাকা সম্ভব,—যা'র প্রতিটি বাহুতেই একটি ক'রে পরারোধ থাকতে পারে; এবং এক বা একাধিক বাহুতে এক বা একাধিক ভোল্টেজ উৎপাদক থাকতেও বাধা নেই। এই জাতীয় জটিল পরিপথের 'সমাধান' (এক্ষেত্রে 'বিশ্লেষণ' শব্দটিই বেশী ব্যবহৃত।) সহজতর করার জন্য অনেকগুলো উপপাদ্য আছে। এর কয়েকটি উপপাদ্য নিয়ে আমরা সংক্ষেপে আলোচনা করব। আমাদের আলোচনা কেবল ও'মীয় পরিপথেই সীমিত থাকবে, অর্থাৎ, জালকের প্রতিটি শাখায় ও'ম্-এর সূত্র প্রযোজ্য ব'লে আমরা মনে করব। স্থির প্রবাহের ক্ষেত্রে ও'ম্-এর সূত্রের রূপ যেমন, পরিবর্তী প্রবাহের ক্ষেত্রেও একই রকম। কেবল সাধারণ রোধের পরিবর্তে পরারোধ গণ্য ক'রে সূত্রটি এইভাবে লিখতে হবে: $E=ZI$। Z-এর জটিল রূপই এখানে রাখা হ'ল; এবং সেই সূত্রে E এবং I-ও জটিল রূপে রাখা সুবিধাজনক।

(ক) জালক-পরিপথে ও'ম্-এর সূত্রের প্রয়োগ

জালক-পরিপথের সার্বিক রূপটি বিবেচনা করার আগে আমরা একটি সংক্ষিপ্ততর রূপ বিবেচনা করব। 65 নং চিত্রে তিন-কোঠাবিশিষ্ট একটি জালক পরিপথ আমরা দেখিয়েছি। এখানে মোট পাঁচটি পরারোধ ও দু'টি ভোল্টেজ উৎপাদক দেখানো হ'ল। বাঁ-দিক থেকে পর পর তিনটি কোঠায় ও'ম্-এর সূত্র প্রয়োগ করে আমরা পাই:



চিত্র 65

$$Z_A I_1 + Z_B(I_1 + I_2) = E_A$$

$$Z_B(I_1 + I_2) + Z_C I_2 + Z_D(I_2 - I_3) = E_B$$

$$-Z_D(I_2 - I_3) + Z_E I_3 = 0$$

পুনর্বিন্যাস ক'রে এদের লেখা যায় যথাক্রমে

$$(Z_A+Z_B)I_1+Z_BI_2 = E_A$$
$$Z_BI_1+(Z_B+Z_C+Z_D)I_2-Z_DI_3=E_B$$
$$-Z_DI_2+(Z_D+Z_E)I_3=0$$

কিন্তু, এই সমীকরণ তিনটিকে আরও সংক্ষিপ্ত রূপে লেখা দরকার। সহজেই দেখা যায়, (Z_A+Z_B) বস্তুত প্রথম [বাঁ-দিকের] কোঠার পূর্ণ সদিশ পরারোধ। কিংবা, এও বলা যায়, I_1-এর প্রবাহপথের সদিশ পরারোধ। এই রাশিকে আমরা Z_{11} দিয়ে চিহ্নিত করব। এই বিবেচনায় $(Z_B+Z_C+Z_D)$-কে Z_{22} এবং (Z_D+Z_E)-কে Z_{33} বলা চলবে। এবং, চিত্র দেখলে অনায়াসে বোঝা যাবে, Z_B হ'ল I_1 ও I_2-র সাধারণ প্রবাহপথের সদিশ পরারোধ। একে আমরা বলব Z_{12}। (বলা বাহুল্য, Z_{12} ও Z_{21} একই রাশি।) এই বিবেচনায়, $Z_D=Z_{23}=Z_{32}$। এবারে তা'হলে উপরের তিনটি সমীকরণ এইভাবে লেখা যায়:

$$Z_{11}I_1+Z_{12}I_2 = E_1$$
$$Z_{21}I_1+Z_{22}I_2-Z_{23}I_3=E_2$$
$$-Z_{32}I_2+Z_{33}I_3=0$$

[E_A-এর পরিবর্তে E_1, ইত্যাদি লেখা হ'ল।]

ক্র্যামার (Cramer)-এর পদ্ধতিতে এইবার I_1, I_2, I_3 সহজেই লেখা যায়। এখানে

$$I_1=\frac{\begin{vmatrix} E_1 & Z_{12} & 0 \\ E_2 & Z_{22} & -Z_{23} \\ 0 & -Z_{32} & Z_{33} \end{vmatrix}}{\Delta}, \text{ যেখানে } \Delta=\begin{vmatrix} Z_{11} & Z_{12} & 0 \\ Z_{21} & Z_{22} & -Z_{23} \\ 0 & -Z_{32} & Z_{33} \end{vmatrix}$$

I_2 এবং I_3 একইভাবে লেখা যেতে পারে। বলা বাহুল্য, আরও সার্বিক ভাবে, আমরা এই তিনটি সমীকরণে এসে পৌছোতে পারতাম:

$$Z_{11}I_1\pm Z_{12}I_2\pm Z_{13}I_3=E_1$$
$$\pm Z_{21}I_1+Z_{22}I_2\pm Z_{23}I_3=E_2$$
$$\pm Z_{31}I_1\pm Z_{32}I_2+Z_{33}I_3=E_3$$

$$\text{এক্ষেত্রে } I_1 = \frac{\begin{vmatrix} E_1 & \pm Z_{12} & \pm Z_{13} \\ E_2 & Z_{22} & \pm Z_{23} \\ E_3 & \pm Z_{32} & Z_{33} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Z_{11} & \pm Z_{12} & \pm Z_{13} \\ \pm Z_{21} & Z_{22} & \pm Z_{23} \\ \pm Z_{31} & \pm Z_{32} & Z_{33} \end{vmatrix}}, \cdots \text{ইত্যাদি।}$$

I_2 এবং I_3-র ক্ষেত্রেও 'হর' অভিন্ন থাকবে। এটিকে আমরা Δ দিয়ে চিহ্নিত করব। অতএব,

$I_1 = E_1 \dfrac{\Delta_{11}}{\Delta} + E_2 \dfrac{\Delta_{21}}{\Delta} + E_3 \dfrac{\Delta_{31}}{\Delta}$, যেখানে Δ_{11} হ'ল Δ-তে Z_{11}-এর সহগ, Δ_{21} হবে Z_{21}-এর সহগ, ··· ইত্যাদি। এইভাবে I_2, I_3-ও লেখা যেতে পারে। তিনটিকে একত্র ক'রে এইভাবেও লেখা যায় :

$$I_k = \sum_{m=1}^{3} E_m \frac{\Delta_{mk}}{\Delta} \quad [\, k = 1, 2, 3 \,]$$

'তিন-কোঠা' জালকে আলোচনা আবদ্ধ না থাকলে :

$$I_k = E_1 \frac{\Delta_{1k}}{\Delta} + E_2 \frac{\Delta_{2k}}{\Delta} + E_3 \frac{\Delta_{3k}}{\Delta} + \cdots\cdots \quad [\, k = 1, 2, 3, \cdots \,]$$

(খ) স্থানান্তর- বা বিনিময় উপপাদ্য

ধরা যাক, কোনও জালকে ভোল্টেজের একটিমাত্র উৎস আছে। মনে করা যাক, $E_s = E$, এবং $E_1 = E_2 = \cdots = E_{s-1} = E_{s+1} = \cdots = 0$। অতএব, সদ্যপ্রাপ্ত ফল অনুসারে কোনো একটি শাখায় (যেমন p শাখায়) প্রবাহ হবে

$$I_p = E_s \frac{\Delta_{sp}}{\Delta} = E \frac{\Delta_{sp}}{\Delta}, \text{ যেহেতু অন্যান্য পদগুলির মান 'শূন্য'।}$$

ভোল্টেজের এই উৎসটিকেই যদি এখন s-শাখার পরিবর্তে p-শাখায় বসানো যায়, তবে সদ্যপ্রাপ্ত সাধারণ সমীকরণ অনুসারে, s-শাখায় প্রবাহ হবে,

$$I_s = E \frac{\Delta_{ps}}{\Delta},$$

কিন্তু, যেহেতু $Z_{ab} = Z_{ba}\ (a \neq b)$, যা' আমরা আগেও লক্ষ করেছি, অতএব $\Delta_{sp} = \Delta_{ps}$। সুতরাং, $I_p = I_s$।

এখান থেকে আমরা একটি উপপাদ্যের প্রস্তাব দিতে পারি :

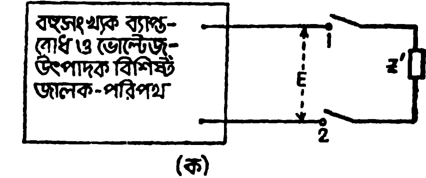
একটি জালক পরিপথে যদি একটিমাত্র ভোল্টেজ-উৎস থাকে, তবে p-শাখায় ঐ উৎসের উপস্থিতিতে s-শাখায় যে প্রবাহ হয়, s-শাখায় ঐ উৎসের উপস্থিতিতে p-শাখাতে সেই প্রবাহই হবে। এই উপপাদ্যকে স্থানান্তর- বা বিনিময় উপপাদ্য বলে। (একথা অবশ্য মনে রাখতে হবে, ভোল্টেজের উৎসের স্থান পরিবর্তন অন্যান্য শাখায় প্রবাহের পরিবর্তন ঘটাবে।)

(গ) থিভেনঁ্যা-র উপপাদ্য

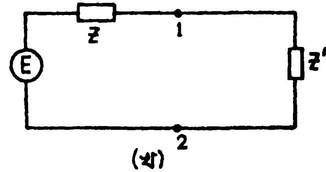
বহুসংখ্যক শাখাবিশিষ্ট এবং কোঠাবিশিষ্ট পরিপথকেই 'জালক-পরিপথ' বলে, একথা মোটামুটি আমরা বুঝতে পেরেছি। এবং, এটাও আমাদের কাছে মোটামুটি স্পষ্ট হয়েছে যে প্রতি শাখায় এক বা একাধিক পরারোধ এবং ভোল্টেজ উৎস (বা ভোল্টেজ-উৎপাদক) থাকা সম্ভব। আমরা সব সময়েই ধ'রে নিচ্ছি,—পরারোধগুলি সরল প্রকৃতির ; অর্থাৎ—এদের মান প্রবাহ, দু'প্রান্তের বিভব, এবং সময় নিরপেক্ষ। বহু কোঠাবিশিষ্ট জালক-পরিপথের সমাধানের বা বিশ্লেষণের সুবিধার্থ একাধিক উপপাদ্যের প্রস্তাব আছে, এবং এই উপপাদ্যগুলি বহু ক্ষেত্রেই ব্যবহারিক মূল্যে বিশিষ্ট। আমরা এ ধরনের দু'টি উপপাদ্যের উল্লেখ করব, এবং সহজ দৃষ্টান্তের সাহায্যে তা'দের প্রয়োগ-রীতি প্রকাশ করব। এক্ষেত্রে আমাদের আলাচনার বিষয় হবে এমন জালক-পরিপথ, যা'র দু'টি অন্ত-বিন্দু আছে, যে দু'টি বিন্দুতে কোনো বহির্বর্তনীর সংযোগ সম্ভব। বিস্তৃততর আলোচনায় বিষয়টি স্পষ্ট হবে। আমরা প্রথমে উল্লেখ করব থিভেনঁ্যা (Thévenin)-র উপপাদ্য। এই উপপাদ্যের বিবৃতিটি প্রথমে দেওয়া যাক :

'দু'টি প্রান্তবিশিষ্ট এবং তড়িচ্চালক বলের এক বা একাধিক উৎপাদকবিশিষ্ট কোনো ও'মীয় জালক-পরিপথ যদি কোনো বহির্বর্তনীর সঙ্গে যুক্ত হয়, তবে ঐ জালক-পরিপথের পরিবর্তে একটি Z-পরারোধবিশিষ্ট এবং শ্রেণীসংযুক্ত E-তড়িচ্চালক বলের একটি উৎসবিশিষ্ট একটি সরল, তুল্য পরিপথ গণ্য করা সম্ভব। উল্লিখিত দুই প্রান্ত বহির্বর্তনীবিযুক্ত অবস্থায় যে ভোল্টেজ দর্শায়, E হয় তারই সমান ; এবং ভোল্টেজের উৎপাদকগুলির পরিবর্তে তা'দের অন্তঃপরারোধ স্থাপন করলে জালকের যে পরারোধ হয়, Z হবে তা'র সমান।'

চিত্র 66(ক)-তে আমরা দুই-প্রান্তবিশিষ্ট (1 ও 2) একটি জালক-পরিপথ দেখিয়েছি। বহির্বর্তনীটি এক্ষেত্রে একটি তুল্য পরারোধ (Z') হিসাবে দেখানো হ'ল। বহির্বর্তনী যখন বিচ্ছিন্ন, তখন 1 ও 2 প্রান্তের ভিতরে ভোল্টেজ্ E। যখন সবগুলো ভোল্টেজ্ 'শূন্য' ক'রে দেওয়া হয়, কিন্তু ভোল্টেজ্-উৎপাদকগুলোর আভ্যন্তরিক পরারোধগুলো যথাস্থানে বজায় থাকে, তখন ঐ জালক-পরিপথের পরারোধ (1 ও 2 প্রান্তের মধ্যে দৃষ্ট) Z। অতএব, থিভেন্যার উপপাদ্য অনুসারে, (ক)-চিত্রে বহির্বর্তনী যখন সংযুক্ত, তখন সম্পূর্ণ বর্তনীটির সরল, তুল্য একটি বর্তনী (খ)-চিত্রের মতো আঁকা যায়। বলা বাহুল্য (বহির্বর্তনীতে) প্রবাহটি হবে $E/(Z+Z')$।



(ক)



(খ)

চিত্র 66

এইবার আমরা একটি সুনির্দিষ্ট দৃষ্টান্তে যেতে চাই। 66(গ) চিত্রে দুই-কোঠাবিশিষ্ট একটি জালক দেখানো হয়েছে। বিন্দু-চিহ্নিত রেখার বাঁ-দিকটি অবশ্যই দুই-প্রান্তবিশিষ্ট একটি জালক-পরিপথ, যা'তে মোট তিনটি পরারোধ ও একটি ভোল্টেজ-উৎস আছে। বিন্দু-রেখার ডান দিকটি Z_L পরারোধবিশিষ্ট একটি বহির্বর্তনী। এখানে কিন্তু Z_L-বিচ্ছিন্ন অবস্থায় 1 ও 2 প্রান্তের ভিতরে ভোল্টেজ্ E নয়।

বাঁ-দিক ও ডান-দিকের কোঠায় ও'মের সূত্র প্রয়োগ করলে যথাক্রমে পাওয়া যায় :

$$Z_1I_1+Z_2I_1-Z_2I_2=E$$

এবং $$-Z_2I_1+(Z_2+Z_3+Z_L)I_2=0$$

অতএব, $$I_2=\frac{\begin{vmatrix} Z_1+Z_2 & E \\ -Z_2 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Z_1+Z_2 & -Z_2 \\ -Z_2 & Z_2+Z_3+Z_L \end{vmatrix}}$$

$$=\frac{EZ_2}{(Z_1+Z_2)(Z_2+Z_3+Z_L)-Z_2^2}$$

$$= \frac{\dfrac{EZ_2}{Z_1+Z_2}}{Z_3+Z_L+\dfrac{Z_1Z_2}{Z_1+Z_2}} = \text{বহির্বর্তনীতে প্রবাহ} = I_L, \text{ ধরা যাক।}$$

বলা বাহুল্য, 1 ও 2 বিন্দুতে বর্তনীটি বিচ্ছিন্ন থাকা অবস্থায়, Z_3-র মধ্য দিয়ে কোনো প্রবাহ থাকবে না। সুতরাং, তখন 1 ও 2 বিন্দুর ভিতরে ভোল্টেজ্ হবে $\left(\frac{E}{Z_1+Z_2}\right)Z_2$, অর্থাৎ, Z_2-র দুই প্রান্তের ভোল্টেজের সমান, $=E'$, ধরা যাক, এবং 1 ও 2 বিন্দুর ভিতরে জালক-পরিপথের মোট পরারোধ (যখন $E=0$) স্পষ্টতই $Z_3+\frac{Z_1Z_2}{Z_1+Z_2}=Z'$, ধরা যাক।

তা'হলে, থিভের্ন্যার উপপাদ্য অনুসারে বিন্দু রেখার বাঁ-দিকের জালক-পরিপথকে শ্রেণী সংযুক্ত একটি ভোল্টেজ্-উৎস, E, এবং একটি পরারোধ Z'-এর সমতুল্য ভাবা যাবে। [66(ঘ) চিত্রে এই তুল্য-বর্তনী দেখানো হ'ল।] E' এবং Z'-এর মান আমরা উপরেই লিখেছি। (গ) ও (ঘ) যদি তুল্য-সজ্জাই হয়ে থাকে, তবে Z_L-এর মধ্য দিয়ে প্রবাহ অপরিবর্তিত থাকা উচিত। (ঘ)-সজ্জায় স্পষ্টতই ঐ প্রবাহ হবে $E'/(Z'+Z_L)$। এখানে E' ও Z'-এর উল্লিখিত মান বসালে আমরা I_L-এর পূর্বনির্ণীত মানই পাই। অতএব, উপপাদ্যটির যথার্থতা প্রতিষ্ঠিত হ'ল। আরও অনেক বেশী জটিল বর্তনীর ক্ষেত্রেও এই উপপাদ্য প্রয়োগ করা যায়। [বই-এর শেষে 'প্রশ্নমালা'য় 21 নং প্রশ্ন দ্রষ্টব্য।]

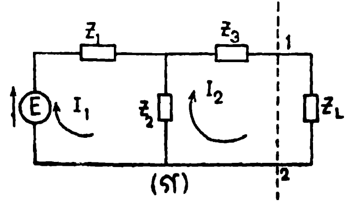
(ঘ) নর্টন্-এর উপপাদ্য

থিভের্ন্যার উপপাদ্য অনুসারে একটি বহু-কোঠাবিশিষ্ট জালক-পরিপথের সরল, তুল্য-বর্তনী গঠন করা যায় একটি ভোল্টেজের উৎস এবং একটি পরারোধের শ্রেণী-সংযোগে। নর্টন্ (Norton)-এর উপপাদ্য অনুসারে একটি বিকল্প ব্যবস্থাও হ'তে পারে : এক্ষেত্রে তুল্য-বর্তনীটি গঠিত হবে একটি প্রবাহ-উৎস ও একটি পরারোধের সমান্তরাল সংযোগে। এই উপপাদ্যের বিবৃতিটি অন্যথায় পূর্বোক্ত উপপাদ্যের অনুরূপ :

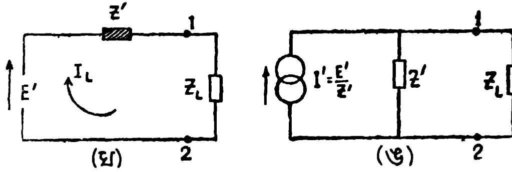
'দুটি প্রান্তবিশিষ্ট এবং তড়িচ্চালক বলের এক বা একাধিক উৎপাদকবিশিষ্ট কোনো ও'মীয় জালক-পরিপথ যদি কোনো বহির্বর্তনীর সঙ্গে যুক্ত হয়, তবে ঐ জালক-পরিপথের পরিবর্তে I-প্রবাহের একটি উৎপাদক এবং একটি শান্ট, (Z) গণ্য করা যায়। I-প্রবাহ হবে ঐ দুই প্রান্তের লঘু-সংযুক্তির ফলে যে প্রবাহ হয়,

তা'র সমান ; এবং পরারোধ Z হবে ঐ দুই প্রান্তের ভিতরে দর্শিত জালকের পরারোধের সমান—যখন ভোল্টেজের উৎসগুলি তাদের অন্তঃপরারোধের দ্বারা প্রতিস্থাপিত হয়।'

66(গ) চিত্রের ক্ষেত্রে আমরা থিভেন্যাঁব তুল্য-বর্তনীটি (ঘ)-তে দেখিয়েছি। এই (ঘ)-বর্তনীটি নর্টন্-এর তুল্য-বর্তনী হিসাবেও সহজেই দেখানো যায়। 1 ও 2 বিন্দু যখন লঘু-সংযুক্ত, তখন বর্তনীতে প্রবাহ $I' = E'/Z'$। অতএব, ভোল্টেজ-উৎসের পরিবর্তে I'-প্রবাহের একটি উৎসও নেওয়া যেতে পারে, যা'র সঙ্গে সমান্তরালে Z' পরারোধ অবস্থান করলে Z'-এর দুই প্রান্তে, বা 1 ও 2 বিন্দুর ভিতরে, ভোল্টেজ্ হবে $I'Z'$ বা E', ঠিক আগেও যা' ছিল। নর্টন্-এর তুল্য



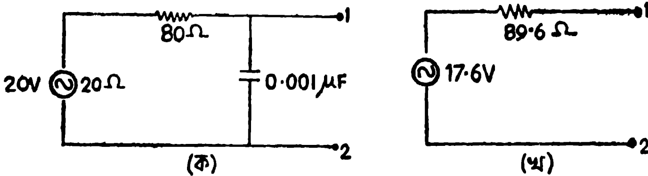
চিত্র 66



চিত্র 66

বর্তনী 66(ঙ) চিত্রে দেখানো হ'ল। (আংশিকভাবে প্রবিষ্ট দু'টি বৃত্ত-চিহ্নে প্রবাহ-উৎস চিহ্নিত করা হয়।) প্রচলিত রীতি অনুসারে এই বর্তনীতে Z'-এর পরিবর্তে $Y' = 1/Z'$ চিহ্নিত করা হয়, যদিও এই চিত্রে আমরা তা' করিনি।

67 নং চিত্রে একটি বাস্তব দৃষ্টান্তে থিভেন্যাঁর উপপাদ্যের প্রয়োগ দেখানো হয়েছে। (ক) অংশে মূল পরিপথ এবং (খ) অংশে এরই থিভেন্যাঁ তুল্য-পরিপথ



চিত্র 67

দেখানো হ'ল। আনুষঙ্গিক গণনা ছাত্রদের জন্য রাখা হয়েছে। দু'টি বর্তনীর তুল্যতা নাতিদীর্ঘ গণনায় সহজেই প্রতিষ্ঠিত হবে।

পরিশিষ্টে প্রথম ব্যবহৃত পারিভাষিক শব্দ
(প্রথম ব্যবহারের ক্রমানুসারে)

ত্বক-ক্রিয়া	...	...	skin-effect
প্রবাহ-ঘনত্ব	...	...	current-density
বেলন	...	...	cylinder
নৈকট্য-ক্রিয়া	...	...	proximity-effect
অনুতরঙ্গ কম্পাঙ্ক		...	microwave frequency
মাত্রা/10^6-এর মাত্রা		...	order/order of 10^6
অতিক্রমী প্রসার	...	...	pass-band
বহুদশা প্রবাহ	...	...	polyphase current
তরঙ্গ-বেষ্টন	...	..	wave-winding
পাত-চুম্বক	...	...	magnetic shell
পাত-চুম্বকের 'তেজ'		...	strength of magnetic shell
চৌম্বক গুরুত্ব	...	...	magnetic moment
পরম পরিমাপ	...	...	absolute measure
তুলাদণ্ড	...	...	balance
বৈদ্যুত-রাসায়নিক তুল্যাঙ্ক		...	electro-chemical equivalent
বেলন-কুণ্ডলী	...	...	solenoid
বৈদ্যুত-চৌম্বক একক		...	electro-magnetic unit
তাপ-বৈদ্যুতিক তড়িচ্চালক বল			thermo-electric e.m.f
জালক-পরিপথ	...	...	network (circuit)
কোঠা	...	...	mesh
লঘু-সংযুক্ত	...	...	short-circuited

প্রশ্নমালা

[এই বই-এর বিভিন্ন জায়গায় অনেকগুলো গাণিতিক সমস্তার উল্লেখ আছে,—অধিকাংশই সমাধান সহ। বর্তমান প্রশ্নমালাটি দেওয়া হ'ল ছাত্রদের নিজেদের চিন্তাপ্রসূত সমাধানের জন্ম।]

1. একটি রোধ (R) ও একটি স্ব-আবেশ (L) শ্রেণী-সজ্জায় আছে। যদি অন্য একটি রোধ ও একটি স্ব-আবেশ সমান্তরালে থাকে, এবং এই সজ্জাটিকে আগের সজ্জার তুল্য হ'তে হয়, তবে দ্বিতীয় রোধ ও স্ব-আবেশের মান বা'র কর। সরবরাহকারী তড়িচ্চালক বলের কম্পাঙ্ক $\omega/2\pi$।

[A resistance R and a self-inductance L are connected in series. If another resistance and another self-inductance connected in parallel become equivalent to the previous combination, find the values of the second resistance and self-inductance. Frequency of the supply e.m.f. is $\omega/2\pi$.]

[উত্তর : $R+\frac{(\omega L)^2}{R}$ এবং $L+\frac{R^2}{\omega^2 L}$]

2. একটি অনুনাদী L-C-R বর্তনীতে শক্তি-ব্যয়ের যে হার, তা'র অর্ধেক হার বজায় থাকে ω_1 ও ω_2 কৌণিক কম্পাঙ্কে। প্রমাণ কর, $\omega_0=\sqrt{\omega_1\omega_2}$, যদি ω_0 = অনুনাদী কৌণিক কম্পাঙ্ক হয়।

যখন $R=100\Omega$, $L=0{\cdot}5H$, $C=40\mu F$ হয়, তখন ω_0, ω_1 ও ω_2 বা'র কর।

[In a series L-C-R circuit, ω_0, ω_1 & ω_2 are the resonant and the two half-power angular frequencies respectively. Show that $\omega_0=\sqrt{\omega_1\omega_2}$.

When $R=100\ \Omega$. $L=0{\cdot}5\ H$, $C=40\ \mu F$, find ω_0, ω_1 & ω_2.]

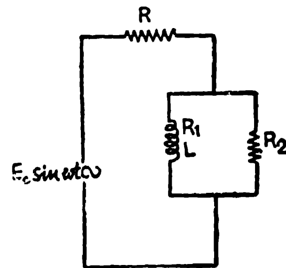
[উত্তর : $\omega_0=224$ রেডিয়ান/সেকেণ্ড; অন্য দু'টি 145 ও 345 রে/সেকেণ্ড]

3. L-C-R বর্তনীতে যে দুটি কম্পাঙ্কে শক্তি ব্যয়ের হার অনুনাদী হারের অর্ধেক, সেই দু'টি কম্পাঙ্কের পার্থক্য বা'র কর, এবং পরিশিষ্ট : 3-এর ফলাফলের সঙ্গে তুলনা কর।

[Find the difference of the half-power frequencies for a series L-C-R circuit, and compare your result with that obtained in Appendix ; 3.]

4. 68(ক) চিত্রের সজ্জার কার্যকর রোধ ও কার্যকর স্ব-আবেশ বা'র কর, যদি ঐ সজ্জার একটি তুল্য L-R সজ্জা ভাবা হয়।

[Find the effective resistance and effective inductance of an L-R equivalent for the combination shown in fig. 68(ক)]



চিত্র 68

[উত্তর : $R+\frac{R_2(R_1^2+R_1R_2+\omega^2L^2)}{(R_1+R_2)^2+(\omega L)^2}$ এবং $\frac{LR_2^2}{(R_1+R_2)^2+(\omega L)^2}$]

5. $e=30\sin 20000t$ তড়িচ্চালক বল প্রযুক্ত একটি বর্তনীতে $4\ \Omega$-এর একটি রোধ $0{\cdot}05\ H$ স্ব-আবেশ এবং একটি ধারক শ্রেণী-সংযোগে আছে। অনুনাদের সময়ে ধারকের দুই প্রান্তের বিভব-প্রভেদের শীর্ষ-মান কত হবে ?

[A 4 Ω resistance, 0·05 H self-inductance and a capacitor are connected in series and an e.m.f. $e=30 \sin 20000t$ is applied to the combination. Find the peak value of the voltage across the capacitor at resonance.]

[উত্তর : 7500 ভোল্ট্]

6. 68(চ) চিত্রের সজ্জার উপরে তড়িচ্চালক বল $200\sqrt{2} \cos 100\pi t$ কাজ করে। মূল প্রবাহটি বা'র কর। ঐ সজ্জার তুল্য আবেশী কুণ্ডলীর রোধ ও স্ব-আবেশ বা'র কর।

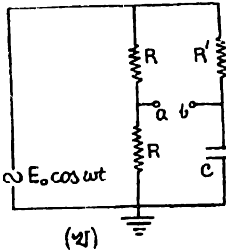
[An e.m.f. $200\sqrt{2} \cos 100\pi t$ acts across the combination shown in fig. 68(চ). Find the main current. Also find the resistance and the self-inductance of the coil equivalent to the combination.]

[উত্তর : 5·3 অ্যাম্পিয়ার্; 22·85-ও'ম্; 0·0955 হেন্‌রী]

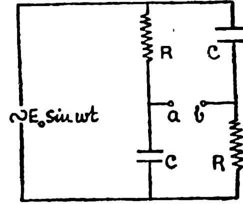
7. R_1-রোধ এবং L-স্ব-আবেশের একটি শ্রেণী-সজ্জা R_2 রোধ ও C ধারকত্বর একটি শ্রেণী-সজ্জার সঙ্গে সমান্তরাল সংযোগে রয়েছে। এই সম্পূর্ণ সজ্জাটির উপরে $E_0 \sin \omega t$ ভোল্টেজ প্রয়োগ করা হ'ল। বর্তনীর পরারোধটির কম্পাঙ্ক-নিরপেক্ষ হওয়ার শর্ত বা'র কর।

[A series combination of R_1 and L, and a series combination of R_2 and C are connected parallely. A voltage $E_0 \sin \omega t$ is applied across the combination. Find the conditions that the impedance of the combination is independent of the frequency of the applied voltage.]

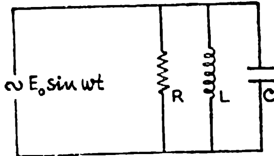
[উত্তর : $R_1 = R_2$ এবং $\frac{L}{C} = R_1 R_2$]



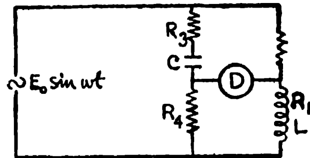
(খ)



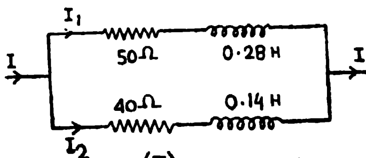
(গ)



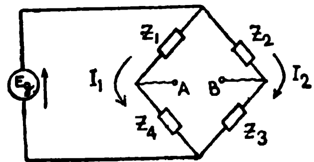
(ঘ)



(ঙ)



(চ)



(ছ)

চিত্র 68

8. একটি অশুদ্ধ ধারককে দু'ভাবে কল্পনা করা যায় : একটি বিশুদ্ধ ধারক ও একটি নিম্ন রোধের শ্রেণী-সজ্জা, অথবা একটি বিশুদ্ধ ধারক ও একটি উচ্চ রোধের সমান্তরাল সজ্জা। দু'টি সজ্জার তুল্যতা থেকে দেখাও যে দু'টি ধারকের ধারকত্ব একই হওয়া অসম্ভব ; যদিও ঐ পার্থক্য বাস্তবে গুরুত্বপূর্ণ নয়।

[An imperfect condenser can be imagined in two ways : a perfect condenser and a low resistance *in series, or a perfect condenser and a* high resistance in parallel. From the equivalence of these two combinations, show that the capacities of the condensers cannot be the same, though the difference does not count in practice.]

9. একটি পরিবর্তী-ভোল্টেজ উৎপাদক একটি বর্তনীর সঙ্গে যুক্ত আছে—যে বর্তনীর একটি তুল্য আবেশী কুণ্ডলী থাকা সম্ভব। ঐ বর্তনীতে সর্বাধিক শক্তি-ক্ষয়ের শর্ত সম্পর্কে আলোচনা কর।

[An a.c. generator is connected with a circuit that can have an equivalent inductive resistance. Discuss the condition for maximum dissipation of power in that circuit.]

[**ইঙ্গিত :** 'পরিবর্তী-ভোল্টেজ্ উৎপাদক' বললে কেবল একটি সরবরাহকারী ভোল্টেজকে বোঝানো হয় না ; তা'র একটি অন্তঃরোধও বিবেচনা করতে হয়। পরিবর্তী তড়িতের ক্ষেত্রে এটি নিছক রোধ না-হয়ে পরারোধ R_1+jX_1 (সদিশ) হবে ব'লে মনে করা যাক। বহির্বর্তনীটির গঠন যাই হোক সেটিকে R_2+jX_2 দিয়ে বোঝানো চলে। এবারে সম্পূর্ণ বর্তনীর গঠনটি পাওয়া গেল। এক্ষেত্রে নির্ণেয় শর্ত হবে : $R_2^2=R_1^2+(X_1+X_2)^2$.]

10. প্রমাণ কর, 68(গ)-চিত্রের সজ্জায় a ও b-র ভিতরে বিভব প্রভেদের মান কম্পাঙ্ক নিরপেক্ষ। ঐ বিভব-প্রভেদের দশা কিভাবে কম্পাঙ্কের উপর নির্ভরশীল ?

[Show that the magnitude of the potential difference between a and b in the arrangement shown in fig. 68(গ) is independent of frequency. How does the phase of the p.d. depend on frequency ?]

11. 68(ঘ) চিত্রের সজ্জায় a ও b-র ভিতরে বিভব-প্রভেদের মান কত ? C-র পরিবর্তে একটি স্ব-আবেশ বসিয়ে অনুরূপ গণনার চেষ্টা কর।

[What is the magnitude of the potential difference between a and b in the arrangement shown in fig. 68(ঘ). You can find the same quantity replacing C with an L.]

[উত্তর : $E_0/2$]

12. 68(ঘ) চিত্রে যে বর্তনীটি দেখানো আছে, তা'র অনুনাদের শর্ত নিয়ে আলোচনা কর।

[Discuss the condition for resonance in the arrangement shown in Fig. 68(ঘ).]

13. 68(ঙ) ছবির জালকের সাম্যের শর্ত আলোচনা কর এবং অন্যান্য মানগুলোর সাহায্যে R_1 ও L-এর মান লেখ। [এই জালকের নাম 'হে জালক' (Hay bridge)।]

[Discuss the balance condition for the bridge shown in fig. 68-(ঙ) and find R_1 & L in terms of other parameters.]

$$\left[\text{উত্তর: } R_1=\frac{\omega^2C^2R_2R_3R_4}{1+(\omega R_3C)^2}\ ;\ L=\frac{CR_2R_4}{1+(\omega R_3C)^2}\right]$$

14. পরিবর্তী তড়িতের ক্ষেত্রে সাম্য-জালকে সাধারণ গ্যালভানোমিটারের পরিবর্তে যে 'গ্রাহক' ব্যবহার করা হয়েছে, তা'র কার্য-প্রণালী কী হওয়া সম্ভব ?

[What should be the working principle of the 'detector' or 'receiver' that we have used in an a.c. bridge ?]

[ইঙ্গিত : বিদ্যুৎ-স্পন্দনকে শব্দ-তরঙ্গে পরিণত করার কোনো সহজ উপায় নিশ্চয়ই অনুসৃত হয়েছে ।]

15. প্রথম পরিচ্ছেদে যে ভাবে (1.12a)-সমীকরণের পূর্ণ সমাধান বা'র করা হয়েছে, সেইভাবে L-R বর্তনীর ক্ষেত্রেও (1.6) সমীকরণের পূর্ণ সমাধান বা'র কর এবং ফলাফল আলোচনা কর ।

[Find a complete solution to equation (1.6) in Chapter 1, and discuss the result, just as we found out a complete solution to equation (1.12a).]

16. আবেশী সংযোগে যুক্ত দু'টি L-C-R বর্তনীর [অনুচ্ছেদ 3.3 দ্রষ্টব্য] একটিতে পরিবর্তী তড়িচ্চালক বল $E_0 \cos \omega t$ প্রয়োগ করা আছে । প্রমাণ কর, দু'টি স্বতন্ত্র বর্তনীর Q-গুণাঙ্ক যদি Q_1 ও Q_2 হয়, তবে গৌণ বর্তনীতে সর্বাধিক শক্তি সঞ্চারের সময়ে যুগ্মন গুণাঙ্ক

$$k=1/\sqrt{Q_1Q_2} \text{ হবে ।}$$

[One of two inductively coupled L-C-R circuits (See Art. 3.3) is supplied with an alternating e.m.f. $E_0 \cos \omega t$. If the two separated circuits have Q-factors Q_1 and Q_2, show that the co-efficient of coupling between the circuits is

$$k=1/\sqrt{Q_1Q_2}$$

when maximum energy is transferred to the secondary.]

17. দু'টি L-C-R বর্তনী আবেশী সংযোগে আছে । 1 নং (মুখ্য) বর্তনীতে তড়িচ্চালক বল $E_0 \cos \omega t$ প্রয়োগ করা আছে । প্রমাণ কর, অনুনাদের সময়ে 2 নং (গৌণ) বর্তনীর ধারকের দুই প্রান্তের বিভব প্রভেদ

$$=\sqrt{\frac{L_2}{L_1}}\cdot\frac{k}{k^2+1/Q_1Q_2} \quad [\, k=\text{যুগ্মন গুণাঙ্ক}, Q=Q \text{ গুণাঙ্ক} \,]$$

[There are two inductively coupled L-C-R circuits. The circuit no. 1 (the primary) is supplied with an e.m.f $E_0 \cos \omega t$. Show that the voltage across the capacitor in the circuit no. 2 (the secondary) at the time of resonance is

$$\sqrt{\frac{L_2}{L_1}}\cdot\frac{k}{k^2+\frac{1}{Q_1Q_2}} \quad [\, k=\text{co-efficient of coupling}, Q=Q \text{ factor}, \,]$$

18. একটি বর্জক বর্তনীতে R' রোধের একটি শাণ্ট্ লাগানো হ'ল। যদি পূর্বতন অনুনাদী অবস্থায় বর্তনীর পরারোধ R_0 হয়, তবে প্রমাণ কর R'-এর অন্তর্ভুক্তি বর্তনীর Q-গুণাঙ্ক

$$\frac{R'}{R'+R_0}$$ এই অনুপাতে কমায়।

[If a parallel resonant circuit is shunted by a resistance R', and if the parallel resonant impedance of the unshunted circuit is R_0, prove that the shunt resistance R' reduces the Q-factor of the circuit by the factor

$$\frac{R'}{R'+R_0}.$$]

19. 17 নং চিত্রের বর্তনীতে C-এর সঙ্গে একটি রোধ R_0 শ্রেণী-সংযুক্তিতে আছে। এই অবস্থায় বর্তনীর অনুনাদী কম্পাঙ্ক বা'র কর। কোন্ শর্ত পূর্ণ হ'লে বর্তনীটি সব কম্পাঙ্কে অনুনাদী ?

[A resistance, R_0, is connected in series with C in circuit shown in fig. 17 Find the resonant frequency in this altered condition. Which conditions make the circuit resonant at all frequencies ?

$$\left[\text{উত্তর : } \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}\sqrt{\frac{R^2-L/C}{R_0^2-L/C}} \quad \text{এবং} \quad R^2=R_0^2=\frac{L}{C}\right]$$

20. একটি L-C-R শ্রেণী-সজ্জায় $E_0 \sin \omega t$ বা $E_0 \cos \omega t$ তড়িচ্চালক বল প্রয়োগ করা হল। ω যদি পরিবর্তনযোগ্য হয়, তবে কোন কম্পাঙ্কে L-এর দুই প্রান্তে বিভব-প্রভেদ সর্বাধিক হবে ? যদি $R=50$ ~, $L=0{\cdot}05\ H$, $C=20\ \mu F$ এবং $e=100\sqrt{2}\cos \omega t$ হয়, তবে ω-র কী মান-এ L-এর দুই প্রান্তে বিভব-প্রভেদ সর্বোচ্চ ? ঐ বিভব প্রভেদ কত ?

[An e.m.f. of $E_0 \sin \omega t$ or $E_0 \cos \omega t$ is applied to a series L-C-R combination. If ω is variable, find the frequency that leads to a maximum voltage across L. If $R=50\,\Omega$, $L=0{\cdot}05\ H$, $C=20\ \mu F$ and $e=100\sqrt{2}\cos \omega t$, which value of ω makes the p.d. across L maximum ? What is this maximun value of the p.d. ?]

$$\left[\text{উত্তর : } \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2}{2LC-R^2C^2}}\ ;\ 1414 \text{ রেডিয়ান/সেকেণ্ড ; } 115{\cdot}5 \text{ ভোল্ট}\right]$$

21. 25(ক) চিত্রের বর্তনীতে C_2-কে বহির্বর্তনী হিসাবে গণ্য ক'রে থিভেন'্যা তুল্য-বর্তনীটি গঠন কর।

[Construct the The'venin equivalent circuit considering only C_2 as the external circuit (load) for the fig. 25-(ক).]

22. 68(ছ) চিত্রের সাম্য-জালকের থিভেন'্যা-তুল্য-বর্তনীটি গঠন কর।

[Construct the The'venin-equivalent-circuit for the bridge shown in fig. 68(ছ).]

$$\left[\text{উত্তর : এক্ষেত্রে } E'=E_0\left[\frac{Z_4}{Z_1+Z_4}-\frac{Z_3}{Z_2+Z_3}\right],\ Z'=\frac{Z_1Z_4}{Z_1+Z_4}+\frac{Z_2Z_3}{Z_2+Z_3}\right]$$

এই বইতে ব্যবহৃত পরিভাষা [ইংরেজী বর্ণানুক্রমিক]

absolute measure ··· পরম পরিমাপ
alloy ··· ··· সঙ্কর ধাতু
alternating current ··· পরিবর্তী প্রবাহ, পরিবর্তী তড়িৎপ্রবাহ
ammeter ··· ··· প্রবাহমাপক *
amplitude ··· ··· বিস্তার
anticlockwise ··· বামাবর্তে (বামাবর্ত অনুসারে)
average value ··· গড় মান

balance ··· ··· তুলা, তুলাদণ্ড ; সাম্য
bridge ··· ··· জালক, সাম্য-জালক *

capacitance ··· ··· ধারকত্ব
capacitive ··· ··· ধারকী *
capacitor ··· ··· ধারক
, imperfect ··· অশুদ্ধ ধারক
charge ··· ··· আধান
choke/choking coil ··· চোক্, উচ্চ আবেশী কুণ্ডলী *
circuit ··· ··· বর্তনী, পরিপথ
, acceptor ··· অনুমোদক বর্তনী *
, coupled ··· যুগ্ম বর্তনী
, primary ··· মুখ্য বর্তনী
, rejector ··· বর্জক বর্তনী *
, resonant ··· অনুনাদী বর্তনী
, secondary ··· গৌণ বর্তনী
clockwise ··· ··· দক্ষিণাবর্তে (দক্ষিণাবর্ত অনুসারে)
coil ··· ··· কুণ্ডলী
, closed ··· বদ্ধ কুণ্ডলী

component	উপাংশ ; অংশ
condenser	ধারক [capacitor-ও দ্রষ্টব্য]
copper-loss	তাপীয় ক্ষয় *
core	গর্ভ, মজ্জা
, air	বায়ুগর্ভ
, iron	লৌহগর্ভ
counterclockwise ...	[anticlockwise দ্রষ্টব্য]
couple	দ্বন্দ্ব
coupling	যুগ্মন, সংযোগ *
, coefficient of ...	যুগ্মন গুণাঙ্ক
, capacitive ...	ধারকী সংযোগ, —যুগ্মন
, inductive ...	আবেশী সংযোগ, —যুগ্মন
, loose ...	শিথিল সংযোগ, —যুগ্মন
, magnetic ...	চুম্বকীয় সংযোগ, —যুগ্মন
, optimum ...	মধ্যম সংযোগ, —যুগ্মন
, over ...	অতি-সংযোগ, —যুগ্মন
current	প্রবাহ, তড়িৎপ্রবাহ
„ density	প্রবাহ-ঘনত্ব
cycle	চক্র, আবর্তন
cylinder	বেলন
direct current ...	একমুখী প্রবাহ
earth-connection ...	ভূ-সংযোগ
earth-potential ...	ভূ-বিভব
eddy-current ...	ঘূর্ণি-প্রবাহ
efficiency ...	দক্ষতা
electro-chemical equivalent	বৈদ্যুত-রাসায়নিক তুল্যাঙ্ক
electro-nagnetic induction	বৈদ্যুত-চৌম্বক (বা তড়িৎ-চুম্বকীয়) আবেশ

electro-magnectic unit ... বৈদ্যুত-চৌম্বক (তড়িৎ-চুম্বকীয়) একক
electromotive force ... তড়িচ্চালক বল
exponential ... ... সূচকীয়
„ change ... সূচকীয় পরিবর্তন···
„ decay ... সূচকীয় হ্রাস

field ... ... ক্ষেত্র, ক্ষেত্রবল
„ density ... ... ক্ষেত্র-ঘনত্ব
„ strength ... ক্ষেত্রবল, ক্ষেত্র-প্রাবল্য
, uniform ... ... সমক্ষেত্র
flux ... ... বলরেখাগুচ্ছ *
form factor ... ... অনুপাত-রাশি *
frequency ... ... কম্পাঙ্ক, কম্পনাঙ্ক
, circular ... কৌণিক কম্পাঙ্ক, —কম্পনাঙ্ক
, microwave ... অনুতরঙ্গ কম্পাঙ্ক, * —কম্পনাঙ্ক
, resonant ... অনুনাদী কম্পাঙ্ক, —কম্পনাঙ্ক
function ... ... অপেক্ষক
, complementary ... পূরক অপেক্ষক

general/generalised ... সার্বিক

hot-wire instrument ... তপ্ত-তার যন্ত্র *
hysteresis (magnetic) ... জড়চুম্বকত্ব *, চৌম্বকজড়ত্ব *

impedance ... ... ব্যাপ্ত-রোধ *, সার্বিক রোধ *, পরারোধ
, *vector* ... সদিশ ব্যাপ্ত-রোধ *, সদিশ পরারোধ*
input ... ... উপ্ত*, নিয়োগ *
instantaneous ... ক্ষণিক, তাৎক্ষণিক

iron-loss ... ... লৌহ-ক্ষয়

leakage ... ... ক্ষরণ
line of force ... ... বল-রেখা

magnetic field ... ... চৌম্বক ক্ষেত্র
" moment ... চৌম্বক গুরুত্ব, —ভ্রামক
" shell ... ... পাত-চুম্বক
mechanical energy ... যান্ত্রিক শক্তি
mesh ... ... কোঠা
motor ... ... মোটর
, induction ... আবেশী মোটর *
, synchronous ... সমতাল মোটর *
, universal ... সর্বক্ষেত্রীয় মোটর
mutual inductance ... দ্বৈত আবেশ *, পারস্পরিক আবেশ *

network (circuit) ... জালক-পরিপথ

operator ... ... কারক
order/order of 10^6 ... মাত্রা */10^6-এর মাত্রা
output ... ... প্রাপ্ত *, প্রাপ্তি *

particular integral ... বিশেষ সমাকল
pass-band ... ... অতিক্রমী প্রসার *
peak value ... ... শীর্ষ মান
periodic ... ... পর্যাবৃত্ত
phase ... ... দশা
, one two three/poly ... একদশা/দ্বি-দশা/ত্রি-দশা/বহু-দশা
phasor diagram ... দশা-চিত্র * [vector diagram-ও দ্রষ্টব্য]

potential	... ...	বিভব
„ difference	...	বিভব-প্রভেদ
power	... ...	ক্ষমতা
„ factor	... ...	শক্তি-সূচক *
proximity effect	..	নৈকট্য ক্রিয়া *
Q-factor	... ...	Q-গুণাঙ্ক
quality factor	... ...	[Q-factor দ্রষ্টব্য]
rational	... ...	মূলদ
reactance	... ...	পরিরোধ *
, capacitive		ধারকী পরিরোধ *
, inductive	...	আবেশী পরিরোধ *
receiver	. . ...	গ্রাহক, গ্রাহক-যন্ত্র
reciprocity	... ...	স্থানান্তর, বিনিময়
rectangular	... ..	আয়তাকার
resistance	... ...	রোধ
, reflected	...	প্রতিফলিত রোধ
resistivity	... ...	রোধাঙ্ক [specific resistance-ও দ্রষ্টব্য]
resonance	... ...	অনুনাদ
, amplitude	...	বিস্তার অনুনাদ
, anti-	... ...	প্রতি-অনুনাদ
curve	...	অনুনাদ-লেখ *
, parallel	...	সমান্তরাল অনুনাদ
, series	...	শ্রেণী-অনুনাদ
, sharpness of	...	অনুনাদের তীক্ষ্ণতা
, velocity	...	বেগ-অনুনাদ
resonant circuit	...	অনুনাদী বর্তনী
frequency	...	অনুনাদী কম্পাঙ্ক, —কম্পনাঙ্ক

resultant	লব্ধি
right-hand rule ...	ডান-হাতের সূত্র
r.m.s.	বর্গ-গড়-মূল *, বর্গমাধ্যমূল
rotating	ঘূর্ণমান, ঘূর্ণ, ঘূর্ণ্যমান
rotor	ভ্রমী বা ভ্রমি *
current	ভ্রমী-প্রবাহ *
resistance ...	ভ্রমী-রোধ *
selectivity	নির্বাচন-গুণ
self-inductance ...	স্ব-আবেশ
shell (magntic) ...	পাত-চুম্বক
, strength of ...	পাত চুম্বকের তেজ *
short-circuited ...	লঘু-সংযুক্ত
simple harmonic motion (S.H.M.) ...	সরল দোল-গতি
forced ...	পরবশ সরল দোল-গতি
skin-effect	ত্বক-ক্রিয়া *
solenoid	বেলন-কুণ্ডলী
specific resistance ...	আপেক্ষিক রোধ [resistivity-ও দ্রষ্টব্য]
squirrel-cage	কাঠবেড়ালী-খাঁচা
standard	মানক, মান
stator	স্থাণু *
stray	বিক্ষিপ্ত, অবাঞ্ছিত
superposition	উপরিপাত
synchronous motor ...	[motor দ্রষ্টব্য]
thermo-electric e.m.f. ...	তাপ-বৈদ্যুতিক তড়িচ্চালক বল
time-period ...	সময়কাল
torque	ঘূর্ণক বল *

transformer ...	... সঞ্চারক *, ট্রান্স্‌ফর্মার
, step-down	... অবরোহী সঞ্চারক *
, step-up	... আরোহী সঞ্চারক *
turn ...	... পাক
universal motor	... [motor দ্রষ্টব্য]
varying current	... অস্থির প্রবাহ *
vector ...	... সদিশ, সদিশ রাশি
„ admittance	... সদিশ ব্যাপ্ত-গম্যতা *, সদিশ পরাগম্যতা *
„ diagram	... দিক-চিত্র *, দশা-চিত্র
„ impedance	... সদিশ ব্যাপ্ত-রোধ *, সদিশ পরারোধ *
„ reactance	... সদিশ-পরিরোধ *
velocity resonance	... [resonance দ্রষ্টব্য]
vibration ...	... কম্পন
virtual (current/e.m.f.)	... বাহ্য, কল্পিত (প্রবাহ/তড়িচ্চালক বল)
voltage ...	... ভোল্টেজ্‌
„ transformation ratio	ভোল্টেজ্‌-সঞ্চার অনুপাত *
wattless current	... নিরপচয়ী প্রবাহ *, ওয়াট্‌বিহীন প্রবাহ
winding ...	... বেষ্টন *
, wave ...	... তরঙ্গ-বেষ্টন *

---

* চিহ্নিত পরিভাষাগুলি পশ্চিমবঙ্গ রাজ্য পুস্তক পর্ষদ প্রকাশিত 'পদার্থবিজ্ঞানের পরিভাষা'য় নেই, কিংবা প্রচলিত নয়। অবশ্য, ঈষৎ পার্থক্যের ক্ষেত্রে তারকাচিহ্ন ব্যবহৃত হচ্ছে না।

পরবর্তী 'তড়িৎ-প্রবাহ' বিশেষভাবে সাম্মানিক স্নাতক শ্রেণীর জন্য রচিত। একেবারে মূল নীতিগুলো সাধারণ-ভাবে এবং জটিল [illegible]শর সাহায্যে দু'ভাবেই আলোচিত হয়েছে। সঞ্চারক (ট্রান্সফর্মার), বিভিন্ন অনুনাদী ও যুগ্ম বর্তনী, ঘূর্ণমান চৌম্বক ক্ষেত্র, আবেশী মোটর ইত্যাদি বিষয় উপযুক্ত গুরুত্ব সহকারে স্থান পেয়েছে। কিন্তু, এই বইএর একান্ত বিশেষত্ব বহু বিচিত্র গাণিতিক সমস্যার আলোচনা, এবং এগারোটি পরিশিষ্টে এমন কয়েকটি প্রাসঙ্গিক বিষয়ের উপস্থিতি—যা' কোনো একটিমাত্র বইতে সহজে পাওয়া যায় না।